

# Convection thermique dans une sphère en rotation rapide et viscosité turbulente

Daniel Brito, Bérangère Deleplace & Philippe Cardin

Laboratoire de Géophysique Interne et Tectonophysique  
Observatoire de Grenoble  
BP 53 38041 Grenoble Cedex 09  
Daniel.Brito@lgit.obs.ujf-grenoble.fr

## Résumé :

*Nous présentons les résultats d'une expérience de convection thermique dans une sphère en rotation rapide. Nos expériences réalisées en eau puis en gallium ont permis de décrire quantitativement le régime inertiel (équilibre entre la force de Coriolis, le terme inertiel et la force d'Archimède) à l'aide de mesures ultrasonores du champ de vitesse du fluide. Par ailleurs, des mesures de temps de synchronisation du fluide et des frontières solides après un "spin-up" ou "spin-down" montrent qu'il faut invoquer une viscosité turbulente de grande échelle lorsque l'écoulement dans le volume est turbulent.*

## Abstract :

*Results of thermal convection experiments in a rapidly rotating shell are presented. Experiments done in water and in gallium allow to describe quantitatively the inertial regime (equilibrium between Coriolis, inertial and buoyancy forces) with ultrasonic doppler velocimetry of the fluid flow. Measurements of the synchronisation time between the fluid and the container right after a spin-up or a spin-down demonstrate that a turbulent viscosity is required when the fluid flow in the volume is turbulent.*

## Mots-clefs :

**Convection thermique; Mesures ultrasonores Doppler; Viscosité turbulente.**

## 1 Introduction

Il est aujourd'hui communément admis que la génération du champ magnétique terrestre ou effet dynamo a pour origine la convection thermique du métal liquide (alliage métallique composé à 80-90 % de fer) dans le noyau terrestre. Dans cet exposé, nous expliquons comment, à partir d'un dispositif expérimental constitué d'une sphère en rotation rapide, nous avons réussi à établir des lois d'échelles sur les vitesses induites par la convection thermique et les tailles caractéristiques des structures présentes au coeur du fluide. Dans un second temps, nous montrons que notre dispositif se prête particulièrement bien à la mesure d'une viscosité turbulente de grande échelle lorsque le fluide est en convection thermique turbulente dans le volume. Nous concluons par les extrapolations de nos études au noyau de la Terre.

## 2 Etude quantitative de la convection thermique développée.

La figure 1 est une vue d'ensemble du dispositif expérimental utilisé. Une sphère de 11 cm de rayon est en rotation; elle est traversée par un manchon cylindrique de 4 cm de rayon. L'ensemble du dispositif est contenu dans une chambre thermostatée à une température  $T_2$  et le manchon est refroidie à une température  $T_1$ . Le fluide utilisé dans nos expériences est soit de l'eau, soit du gallium (voir tableau 1). En faisant varier la vitesse de rotation d'ensemble, la

différence de température et le nombre de Prandtl, les expériences nous permettent d'étudier différents régimes de convection thermique en rotation. Les nombres sans dimensions appropriés au problème ainsi que la gamme de paramètres atteints sont indiqués dans le tableau 1.

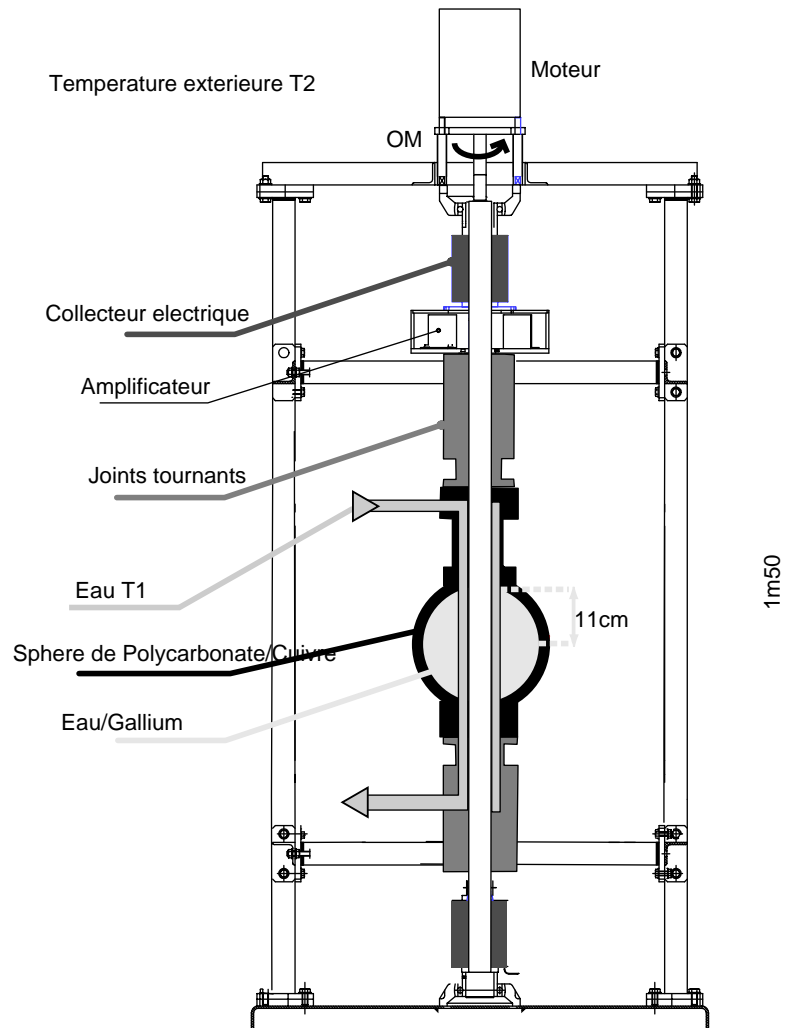


FIG. 1 – Dispositif expérimental

Toutes nos expériences se déroulent à faible nombre d'Ekman et par conséquent nous nous situons dans le régime dit *géostrophique* où la force de Coriolis domine les autres forces. L'écoulement est au premier ordre bidimensionnel, parallèle à l'axe de rotation du dispositif. Une sonde ultrasonore est embarquée à l'équateur de la sphère en rotation et nous permet de mesurer le champ de vitesse au sein du fluide par effet Doppler: plus précisément, nous mesurons la vitesse projetée le long du rayon ultrasonore dans le plan de l'équateur. En positionnant la sonde selon différents angles, nous pouvons donc mesurer la composante radiale et/ou azimutale du champ de vitesse aussi bien en eau qu'en gallium dans nos expériences, Brito *et al.* (2001). En nous appuyant sur l'hypothèse d'un écoulement géostrophique, ces mesures nous permettent de caractériser quantitativement le champ de vitesse au sein du volume. Un exemple d'un tel enregistrement de champ de vitesse au cours du temps est donné sur la figure 2. Dans cette expérience où l'on impose une différence de température à l'instant  $t=0$ ; on voit que la convection se développe tout d'abord près du cylindre intérieur puis se propage dans tout le

Nombre	Nom	Expériences en eau	Expériences en gallium
$Ra = \alpha \Delta T g R^3 / \kappa \nu$	Rayleigh	$3Ra_c - 80Ra_c$	$Ra_c - 10Ra_c$
$E = \nu / \Omega R^2$	Ekman	$10^{-5}$ à $10^{-6}$	$10^{-6}$ à $10^{-7}$
$P = \nu / \kappa$	Prandtl	7	0.025

TAB. 1 – Définitions et valeurs des nombres sans dimensions des expériences.  $\alpha$  est le coefficient d'expansion thermique,  $g$  est la valeur de la gravité à la position  $r = R$ ,  $R$  est le rayon externe de l'expérience,  $\kappa$  est la diffusivité thermique,  $\nu$  est la viscosité cinématique du fluide,  $\Omega$  est la vitesse de rotation de la sphère, et  $\Delta T = T_2 - T_1$ .

volume. Les couleurs rouges et bleus sont les traces des colonnes de convection, Busse F.H. (1970), qui défilent devant la sonde ultrasonore.

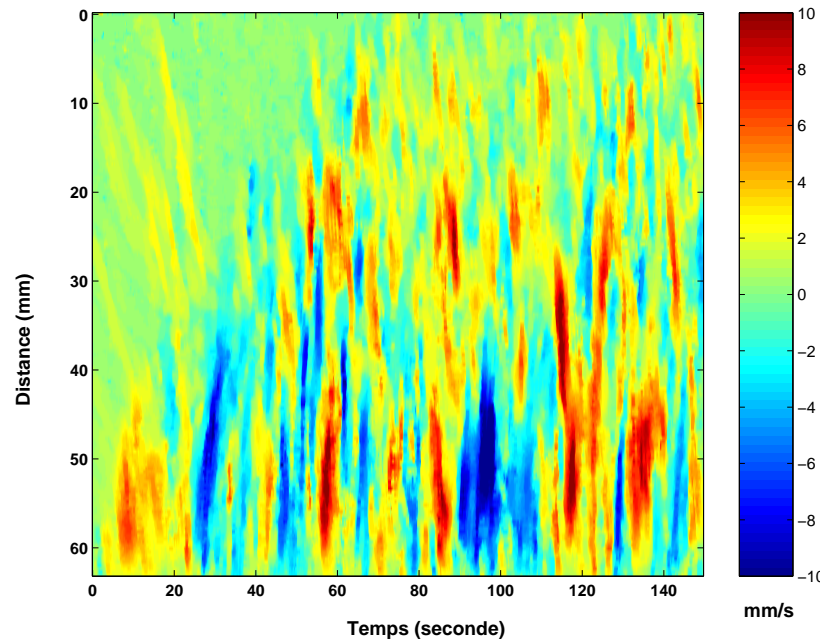


FIG. 2 – Enregistrement spatio-temporel du champ de vitesse azimuthale lors d'une expérience de convection thermique. La distance égale à 0 mm correspond à la frontière externe de la sphère et la distance 70 mm à la frontière interne, i.e. le manchon cylindrique.

L'analyse statistique de tels enregistrements nous permettent de montrer que lorsque la convection est vigoureuse (nombre de Rayleigh égal à plusieurs fois le nombre de Rayleigh critique), nous nous situons dans le régime *inertiel* où l'écoulement s'organise en équilibrant les trois termes dominants de l'équation du mouvement: la force de Coriolis, la force d'inertie et la force d'Archimède, Aubert *et al.* (2001). Nous en déduisons la loi d'échelle suivante pour la déviation standard de la vitesse radiale dans nos expériences

$$\tilde{u} \approx \left( \frac{Ra \ Nu}{P^2} \right)^{\frac{2}{5}} E^{\frac{1}{5}}$$

où  $Nu$  le nombre de Nusselt est le rapport entre le flux de chaleur totale intégré sur la surface de la sphère externe divisé par le flux de chaleur conductif. Cette loi est vérifiée expérimentalement en eau et en gallium et est également retrouvée par l'intermédiaire d'une modélisation

numérique *quasi-géostrophique* Aubert *et al.* (2003).

La mesure des tailles caractéristiques radiales de l'écoulement nous a permis de construire une loi d'échelle pour le nombre de Reynolds local de l'écoulement. Nous montrons qu'il évolue comme

$$Re_l \approx \left( \frac{Ra Nu}{P^2} \right)^{\frac{3}{5}} E^{\frac{1}{5}}$$

Nous avons atteint des nombres de Reynolds locaux de l'ordre de 300 dans les expériences en eau et de l'ordre de 2000 en gallium.

Nous montrons aussi que l'énergie cinétique dans nos expériences ne se dissipe pas à l'échelle convective; elle est plutôt transférée dans le mouvement zonal à l'échelle de la sphère pour être finalement dissipée par friction à travers les couches limites d'Ekman.

### 3 Viscosité turbulente

Nous tirons bénéfice du même dispositif expérimental pour réaliser des expériences de "spin-up" et "spin-down": après avoir atteint une rotation solide d'ensemble du fluide (lorsque  $T_1 = T_2$ , sans convection), nous imposons un léger saut de vitesse de rotation du dispositif ( $\Delta\Omega/\Omega \simeq \pm 0.1$ ). Nous mesurons alors le temps de synchronisation du fluide avec la paroi en fonction du rayon, ou encore le *temps de spin-up* ou *temps de spin-down*. Plus le fluide est proche des parois, plus il synchronise rapidement sa vitesse avec celles-ci comme on le voit sur la figure 3, une expérience typique de spin-up où l'on effectue un saut de vitesse de 300 tours par minute (*tpm*) à 340 *tpm*. Nous comparons ce temps de réajustement avec la prédiction théorique linéaire de Greenspan H (1969) qui montre que ce temps est proportionnel à  $E^{-1/2}\Omega^{-1}$ . La figure 3 montre que l'accord est parfait lorsque l'état de départ avant le saut de vitesse est de la pure conduction thermique sans mouvement en volume. Sur la figure 3, nous montrons également les mesures de temps de synchronisation pour une expérience effectuée aussi en pure conduction thermique mais cette fois-ci avec un spin-down (340 *tpm* à 300 *tpm*). Nous observons que le fluide se synchronise plus rapidement avec l'encaissant lors d'un spin-down que lors d'un spin-up. La différence entre le spin-up et le spin-down est que le spin-down est de nature instable et qu'il génère de la turbulence en volume Duck P.W and Foster M.R. (2001). Sur la figure 3, nous démontrons que pour réconcilier les mesures et la formule théorique de Greenspan, il faut utiliser une viscosité effective du fluide 15 % plus importante que la viscosité moléculaire.

Dans une seconde série d'expériences, nous effectuons toujours les mêmes sauts de vitesse de rotation mais en prenant cette fois-ci comme état de départ le fluide en convection thermique dans la sphère en rotation. Nous récapitulons les résultats obtenus sur le tableau 2. Le premier résultat qui n'apparaît pas sur le tableau 2 est que la théorie de Greenspan continue à expliquer les temps caractéristiques de synchronisation, pourvu que la viscosité moléculaire du fluide soit remplacée par une viscosité effective plus importante. On constate en effet sur le tableau 2 que lorsque l'état de départ est en convection thermique, le temps de réajustement du fluide est plus rapide par rapport au cas de la conduction thermique pure (puisque'il faut une plus grande viscosité du fluide pour expliquer les données expérimentales, dernière colonne du tableau). Par ailleurs, on constate aussi que plus la convection est vigoureuse (différence entre  $T_1$  et  $T_2$  sur le tableau 2) plus la viscosité turbulente augmente.

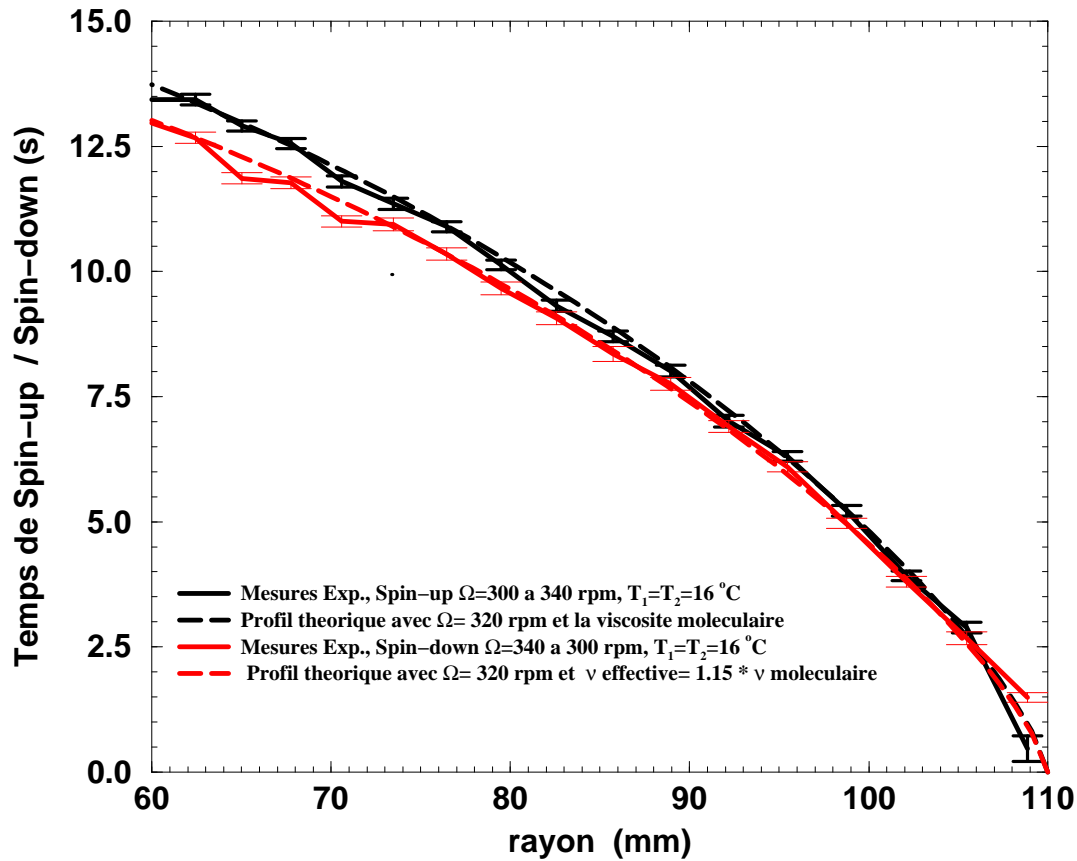


FIG. 3 – Comparaison entre un temps de spin-up expérimental et la prédiction théorique de Greenspan en utilisant la viscosité moléculaire de l'eau à 16°C.

$\Omega_{\text{initial}}$ (rpm)	$\Omega_{\text{final}}$	$T_1$ (°C)	$T_2$	$\nu_{\text{effective}}/\nu_{\text{moléculaire}}$
300	340	16	16	1.01
340	300	16	16	1.13
300	340	37	37	1.03
340	300	37	37	1.15
300	340	22	34	1.16
340	300	22	34	1.25
300	340	12	33	1.36
340	300	12	34	1.46
300	340	4	30	1.43
340	300	4	30	1.47

TAB. 2 – Récapitulatif des résultats des expériences de spin-up et spin-down.  $\nu_{\text{effective}}/\nu_{\text{moléculaire}}$  est le rapport entre la viscosité effective mesuré expérimentalement sur la viscosité moléculaire compte tenue de la température du fluide.

## 4 Conclusions

Nous avons quantifié expérimentalement la convection thermique dans une sphère en rotation rapide en eau et en gallium. Nos lois d'échelles extrapolées au noyau de la Terre montrent que la convection thermique engendre un nombre de Reynolds de l'ordre de  $10^8$ . Ce nombre en accord avec les observations géophysiques du champ magnétique est nécessaire à l'apparition de l'effet dynamo, Cardin *et al.* (2002). Par ailleurs, nos observations sur la synchronisation du fluide (spin-up) pourraient montrer qu'une viscosité turbulente d'ordres de grandeurs plus importante que la viscosité moléculaire actuellement utilisée devrait être prise en compte dans l'équation du mouvement destinée à modéliser les noyaux planétaires.

## Références

- Aubert, J., Brito, D., Nataf, H.C., Cardin, P. & Masson, J.P. 2001 A systematic experimental study of rapidly rotating spherical shell convection in water and liquid gallium. *Phys. Earth. Plan. Int.* **128**, 51–74.
- Aubert, J., Gillet, N. & Cardin, P. 2003 Quasigeostrophic models of convection in rotating spherical shells. *sous presse dans G-cubed*
- Brito, D., Nataf, H.C., Cardin, P., Aubert, J., & Masson, J.P. 2001 Ultrasonic Doppler velocimetry in liquid gallium. *Exp. in Fluids* **31**, 653–663.
- Busse F.H. 1970 Thermal instabilities in rapidly rotating systems. *J. Fluid. Mech.* **44**, 441–460.
- Cardin, P., Brito, D., Jault, D., Nataf, H.C., & Masson, J.P. 2002 Towards a rapidly rotating liquid sodium dynamo experiment. *Magnetohydrodynamics* **38**, 177–189.
- Duck P.W, Foster M.R. 2001 Spin-Up of homogeneous and Stratified Fluids. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **33**, 231–263.
- Greenspan, H. 1969 The theory of rotating Fluids. *Cambridge University Press*