

# Convection thermique dans une sphère en rotation rapide et mesure de viscosité turbulente

Bérangère DELEPLACE

Daniel BRITO & Philippe CARDIN



Les nombres sans dimensions visqueux pour le **noyau**

$$E = \frac{\nu}{\Omega R^2}$$

$$E = 10^{-15}$$

$$P = \frac{\nu}{\kappa}$$

$$P = 0.15$$

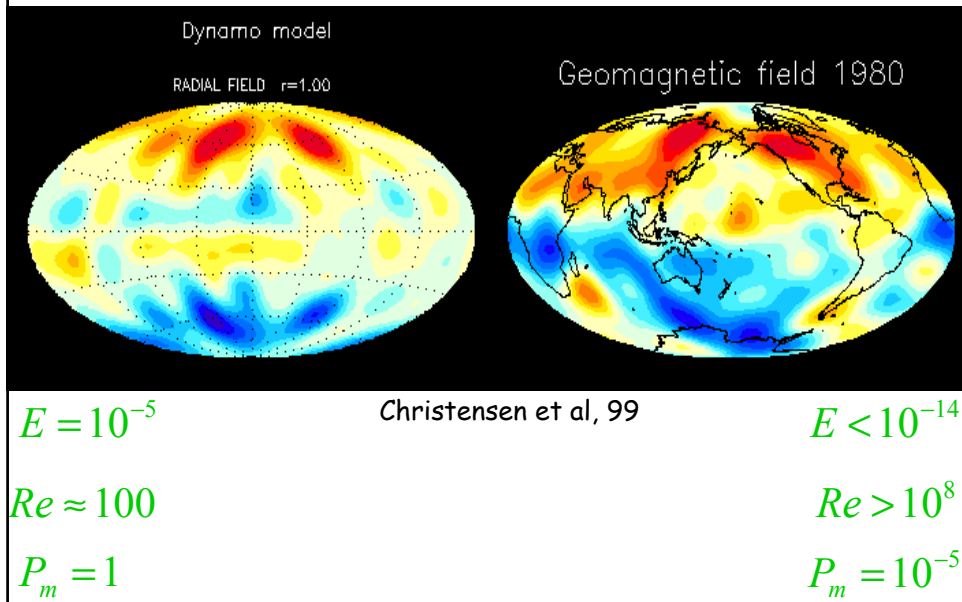
$$Re = \frac{UR}{\nu}$$

$$Re = 10^8$$

$$P_m = \frac{\nu}{\eta}$$

$$P_m = 10^{-5}$$

# Simulation numérique Géodynamo 3D



## Le concept de viscosité turbulente

- **Viscosité moléculaire:** transport de quantité de mouvement à l'échelle moléculaire.  
→ Propriété intrinsèque du fluide.
- **Viscosité turbulente:** transport de quantité de mouvement assuré par la turbulence de petite échelle.  
→ Propriété de l'écoulement.

## Boussinesq (1890) et la viscosité turbulente

$$u_i = \langle u_i \rangle + u'_i$$

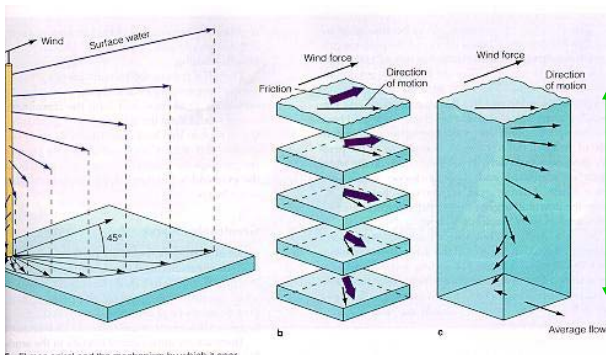
$$\langle u'_j \frac{\partial}{\partial x_j} u'_i \rangle = \frac{\partial}{\partial x_j} \langle u'_j u'_i \rangle - \langle u'_i \frac{\partial}{\partial x_j} u'_j \rangle = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij}$$

$$\tau_{ij} = -\rho \langle u'_i u'_j \rangle = \frac{1}{2} \rho \nu_T \left( \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + (\bar{u} \cdot \text{grad}) \bar{u} = \nu \Delta \bar{u} + \dots$$

$$\frac{\partial \langle \bar{u} \rangle}{\partial t} = (\nu + \nu_T) \Delta \langle \bar{u} \rangle + \dots$$

## Couche d'Ekman océanique



$$\delta \propto \sqrt{\nu / \Omega} \propto E^{1/2} R$$

$$\delta_{mol} \propto \sqrt{\nu / \Omega} = 11 \text{ cm} \quad \delta_{obs.} = 10 \text{ à } 100 \text{ m}$$

$$\nu_t^v = [10^2 - 10^6] \nu_{eau}$$

$$\nu_t^h = [10^6 - 10^9] \nu_{eau}$$

# Modélisation océanique

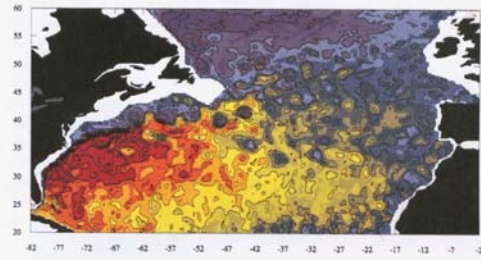
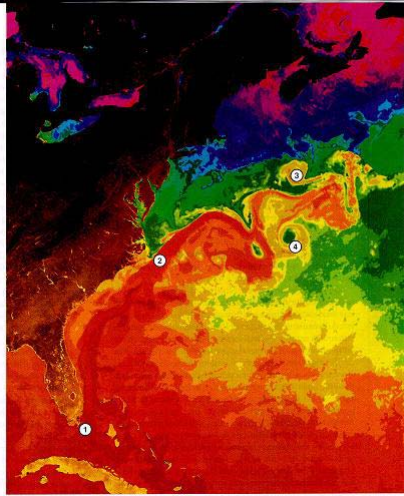
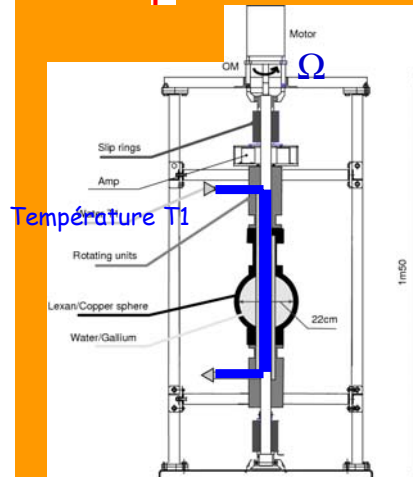


Figure 16 - Carte de vorticité obtenue dans une simulation numérique du Gulf Stream (cliché C. le Provost et J. Verron, Grenoble).

Sphère en rotation rapide,  
LGIT, Grenoble.

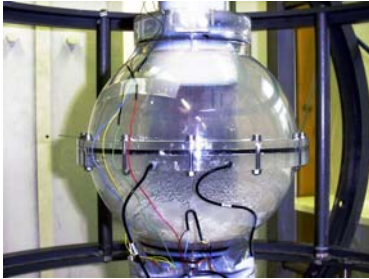


Température T2

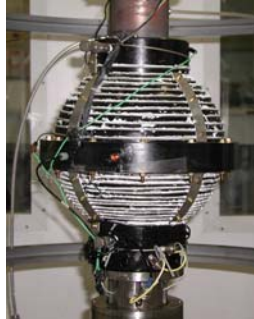


# Rotation rapide en présence de convection thermique

- Thèse Julien Aubert (1998-2001)



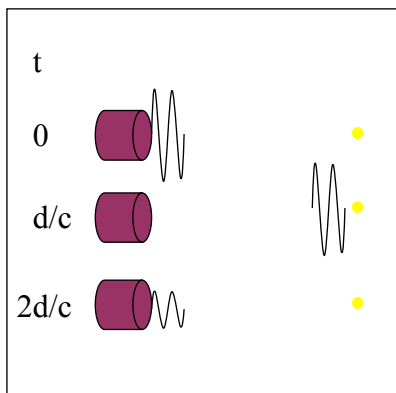
Expérience en Eau + Pollen.



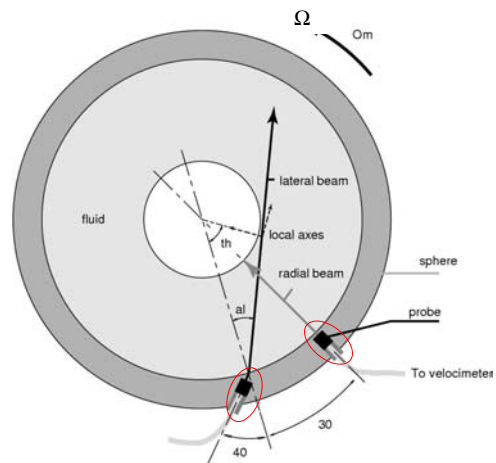
Expérience en Gallium, sphère cuivre.

*Étude quantitative de la convection géostrophique.*

## Vélocimétrie Doppler ultrasonore



Principe de la technique



Vue du plan équatorial

## Vitesse du fluide dans la sphère en rotation

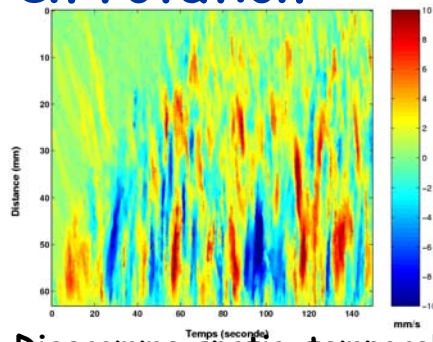
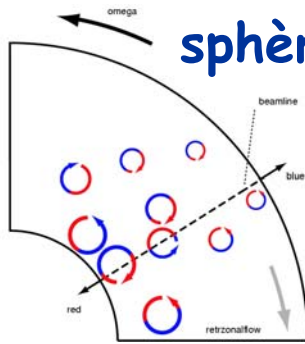
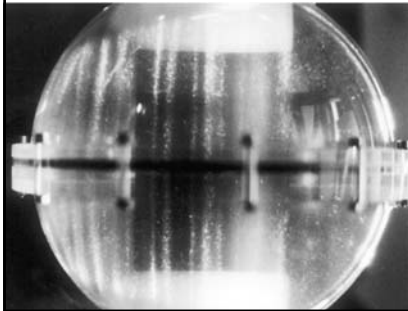


Diagramme spatio-temporel de la vitesse (mm/s)

Hypothèse: écoulement bidimensionnel

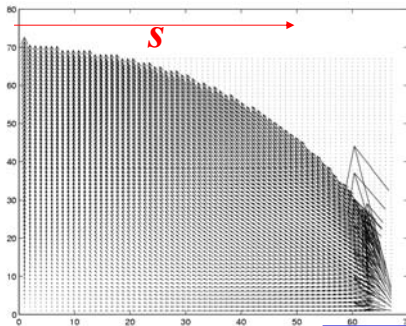


## Mesure de viscosité : Démarche des expériences de Spin-Up

- 1) Faire tourner la sphère jusqu'à obtenir un écoulement « stationnaire » à  $\Omega$  (sans convection, rotation solide après le temps de « spin-up »).
- 2) Augmenter brusquement la vitesse d'une faible amplitude ( $\Delta\Omega/\Omega$  petit) .
- 3) Mesurer l'écoulement et retrouver Greenspan (1968) .

• Vitesse « azimuthale »  $u_\phi$  fonction de  $t, s$ ,  
 apres un spin-up:

$$u_\phi(s,t) = s\Delta\Omega \exp\left[-\frac{t}{E^{-1/2}\Omega^{-1}(1-s^2/R_2)^{3/4}}\right] \quad (\text{pour } \frac{\Delta\Omega}{\Omega} \text{ petit})$$



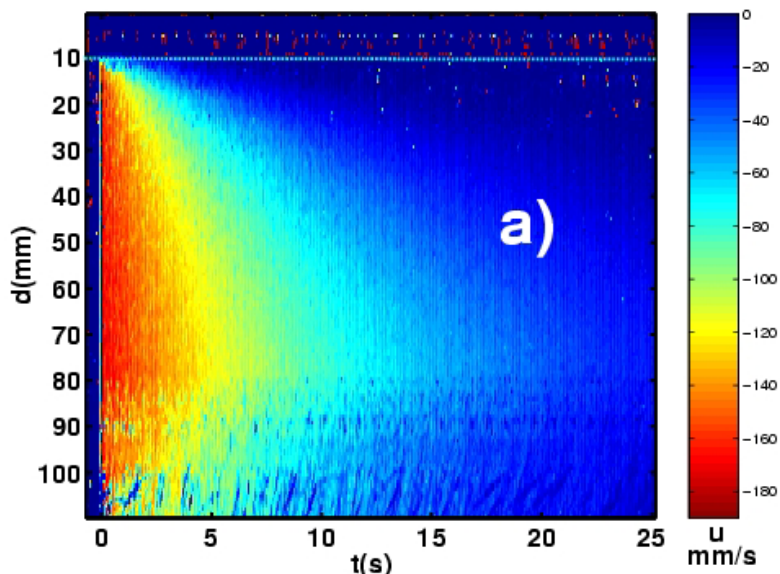
$$E = \frac{v}{\Omega R^2}$$

$$u(s,t) \propto F(s) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \text{ avec } \tau = \frac{(1-s^2/R_2)^{3/4}}{E^{1/2}\Omega}$$

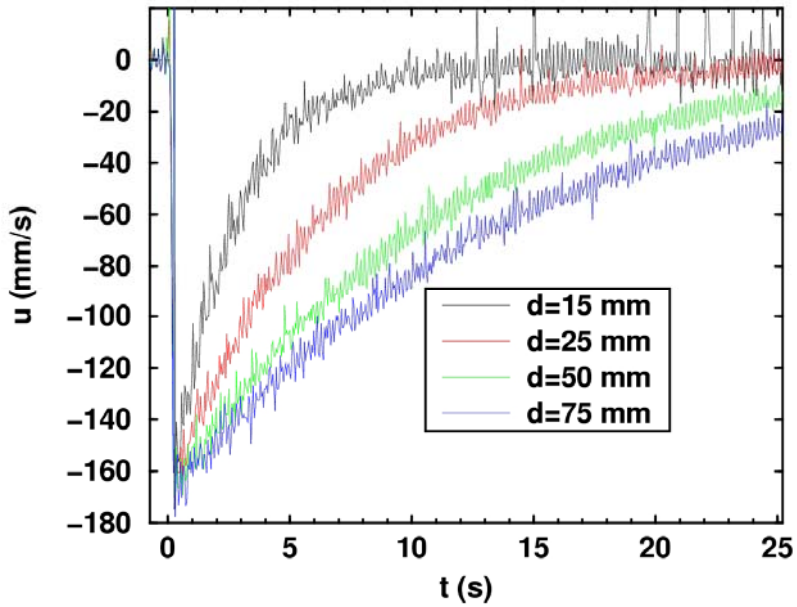
- Si  $v \uparrow, \tau \downarrow$
- Si  $v \downarrow, \tau \uparrow$

## Expérience de Spin-up

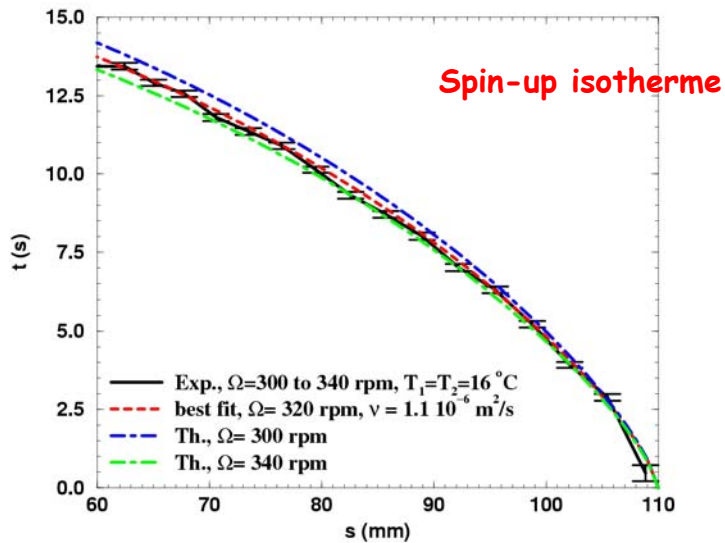
A  $t=0, \Omega = 300 \text{ tpm} \rightarrow \Omega = 340 \text{ tpm}$



## Profils en fonction du temps à différents $s$

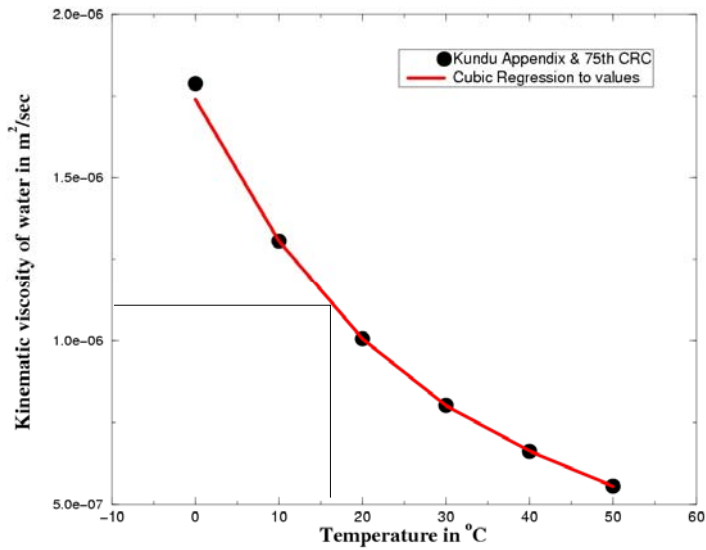


## Comparaison Greenspan/expériences

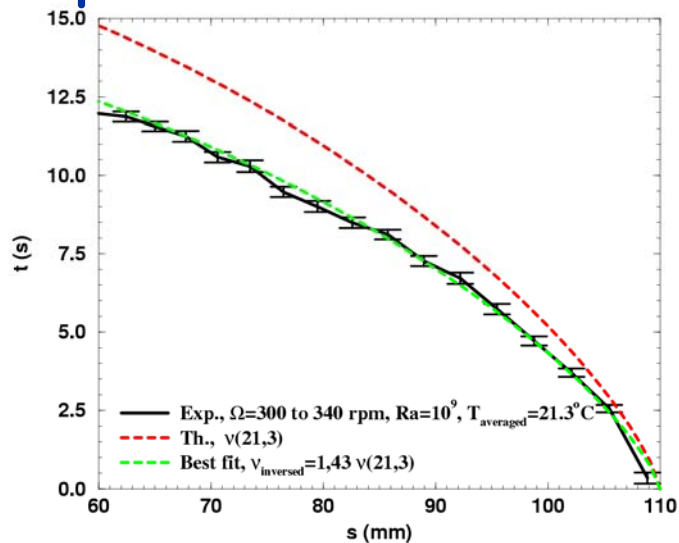




## $\nu(T)$ pour l'eau



## Spin-up avec convection thermique



**LA VISCOSITE AUGMENTE !!**

# Expérience de Taylor-Couette Lathrop (1992)

Phys Rev A

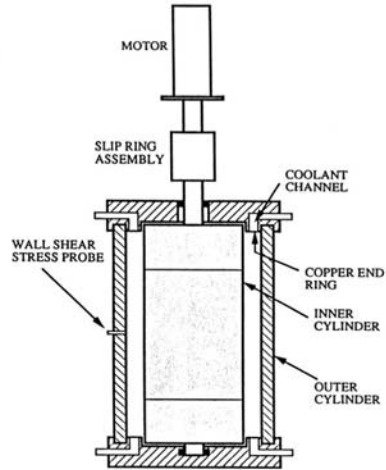


FIG. 2. The Couette-Taylor system consists of a Plexiglas outer cylinder and a stainless steel inner cylinder (see Fig. 3). Temperature control is achieved via coolant channels in each end, separated from the working fluid by thin copper rings.

$$10^3 < Re < 10^6$$

Mesure du couple =  $f(Re)$

$$v_T = Re^\alpha$$

$$0.3 < \alpha < 0.8$$

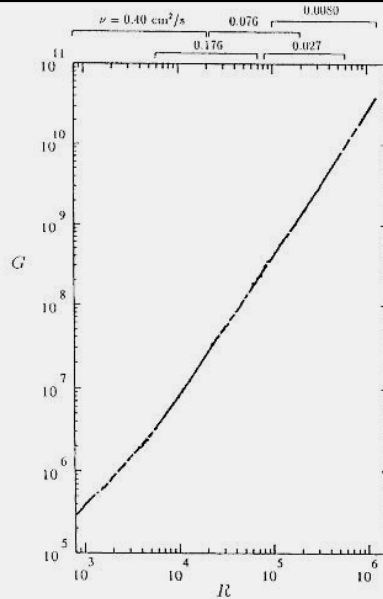
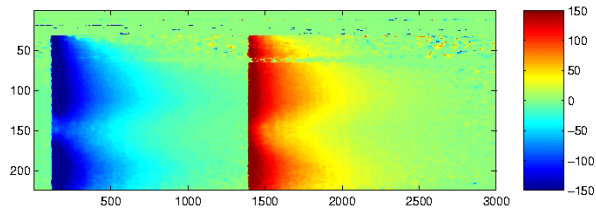
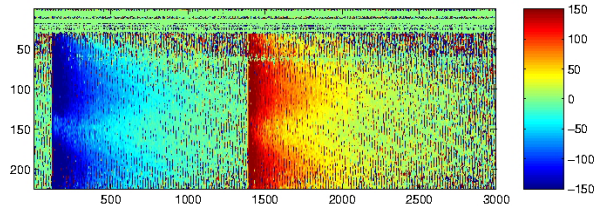


FIG. 6. Experimental measurements for the nondimensional torque for  $800 < R < 1.23 \times 10^6$ , taken for a flow with eight turbulent Taylor vortices for  $R < 10^5$ . The horizontal bars above the graph indicate the Reynolds-number range for each fluid studied.

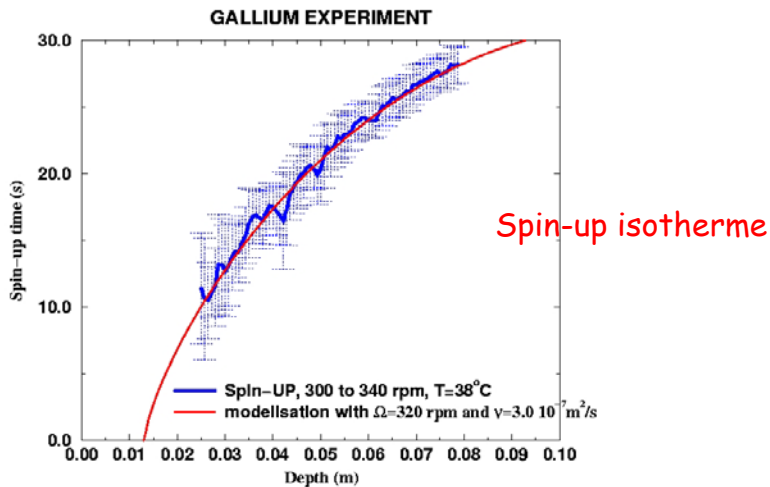
# Expérience de Spin-up en GALLIUM

A  $t=100$ ,  $\Omega = 300$  tpm  $\rightarrow \Omega=340$  tpm

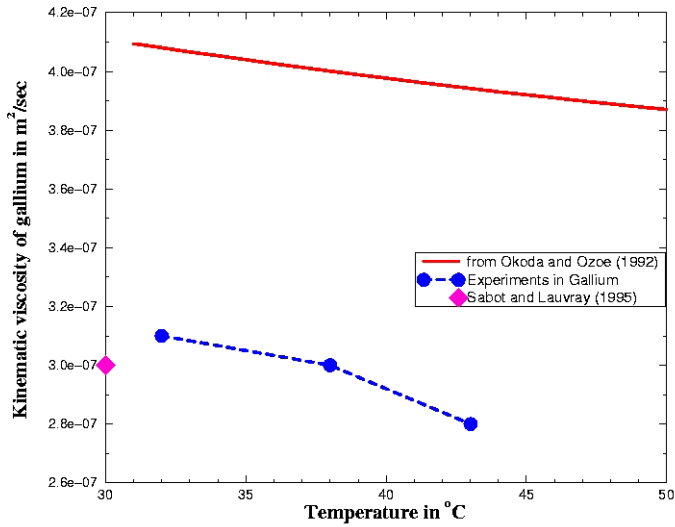
A  $t=100$ ,  $\Omega = 340$  tpm  $\rightarrow \Omega=300$  tpm



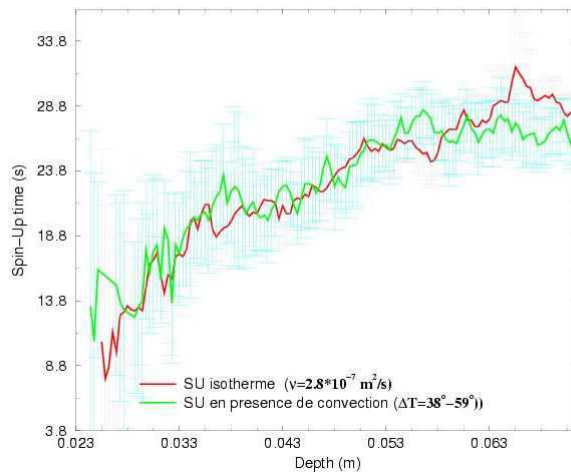
## Comparaison Greenspan/expériences



# Viscosité du Gallium



# Spin Up avec convection thermique



**Temps caractéristique de spin-up inchangé  
→ Pas de viscosité turbulente**

## Tableau comparatif des expériences

	Eau	Gallium liq.
Viscosité (m <sup>2</sup> /s)	10 <sup>-6</sup>	10 <sup>-7</sup>
Diffusivité thermique (m <sup>2</sup> /s)	10 <sup>-7</sup>	10 <sup>-5</sup>
Conductivité thermique J/(m.s.K)	0.6	30

### Régimes de paramètre atteints dans les expériences

	Expériences en Eau	Expériences en Gallium
Ra	3Ra <sub>c</sub> -60Ra <sub>c</sub>	Ra <sub>c</sub> -3Ra <sub>c</sub>
<b>P</b>	<b>7</b>	<b>0.02</b>
E	10 <sup>-5</sup> -10 <sup>-6</sup>	10 <sup>-6</sup> -10 <sup>-7</sup>
Re	10 <sup>2</sup>	10 <sup>3</sup>

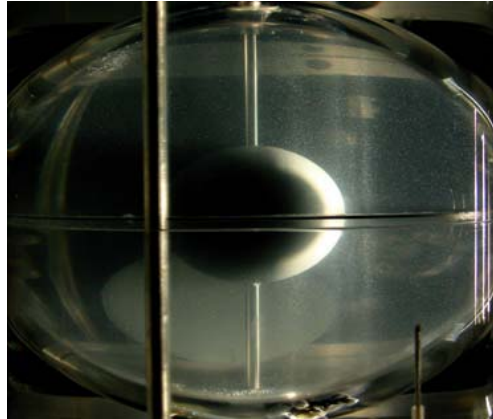
## Conclusion

- Évidence d'une viscosité effective pour les expériences de convection thermique en eau.
- Pas de viscosité turbulente pour les expériences de convection thermique en gallium.
- Le nombre de Re n'est pas le seul nombre à caractériser la viscosité turbulente.

# Perspectives

## Expérimentales:

- Expériences DTeau (rotation différentielle)
- Expériences en géométrie cylindrique



## Théories et applications:

- Impacts sur le couplage noyau-manteau