

IV. La Dynamique des fluides du noyau terrestre

Le champ magnétique Terrestre

- Ne peut pas être créé par un aimant.
(Température de Curie)
- Principalement dipolaire.
(Observations de surface)
- S'inverse.
(Etudes paléomagnétiques)

Quel processus pour
créer un champ magnétique?

LA DYNAMO

Qu'est ce qu'une dynamo ?

Systeme physique permettant
de transformer
de l'énergie mécanique en
énergie magnétique
et vice-versa.



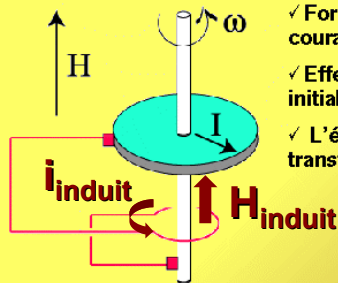
« Bio-dynamo »



La dynamo disque:

Un premier modèle simple de dynamo auto-entrenue.

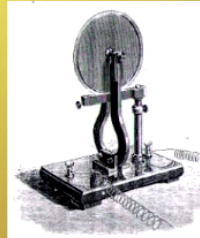
3.1 Approche du problème par l'étude d'un exemple simple : La dynamo disque.



✓ Forces de Lorentz vont produire un courant

✓ Effet dynamo : on peut couper le champ initial

✓ L'énergie mag. est produite par transformation d'une énergie mécanique.



DEA SEL 2002-2003

3.1 Dynamo disque

Les ingrédients d'une dynamo:

La dynamo terrestre:

- Un milieu conducteur

Le noyau liquide: Fer

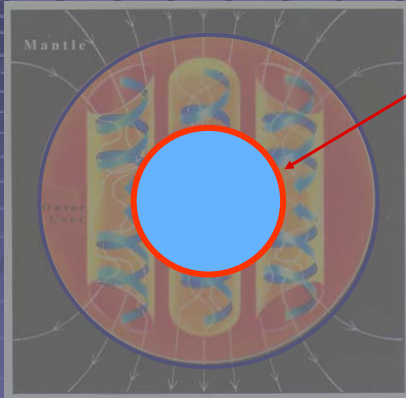
- Un mouvement approprié

Convection !- Précession ?

- Un champ magnétique d'origine

Le champ magnétique solaire

Les moteurs de la convection:

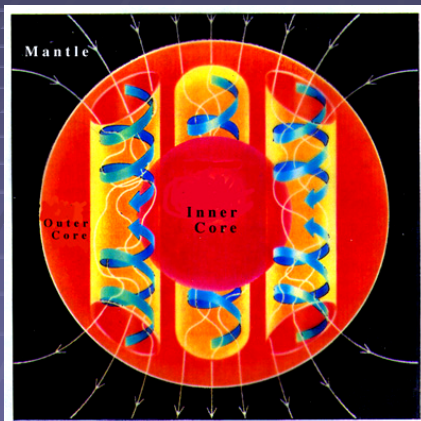


Cristallisation de la graine:

- Libération d'éléments légers:
Convection compositionnelle
- Libération de chaleur:
Convection thermique

Mise en mouvement du fluide conducteur sous l'effet de la force d'Archimède

Les outils pour aborder le problème:

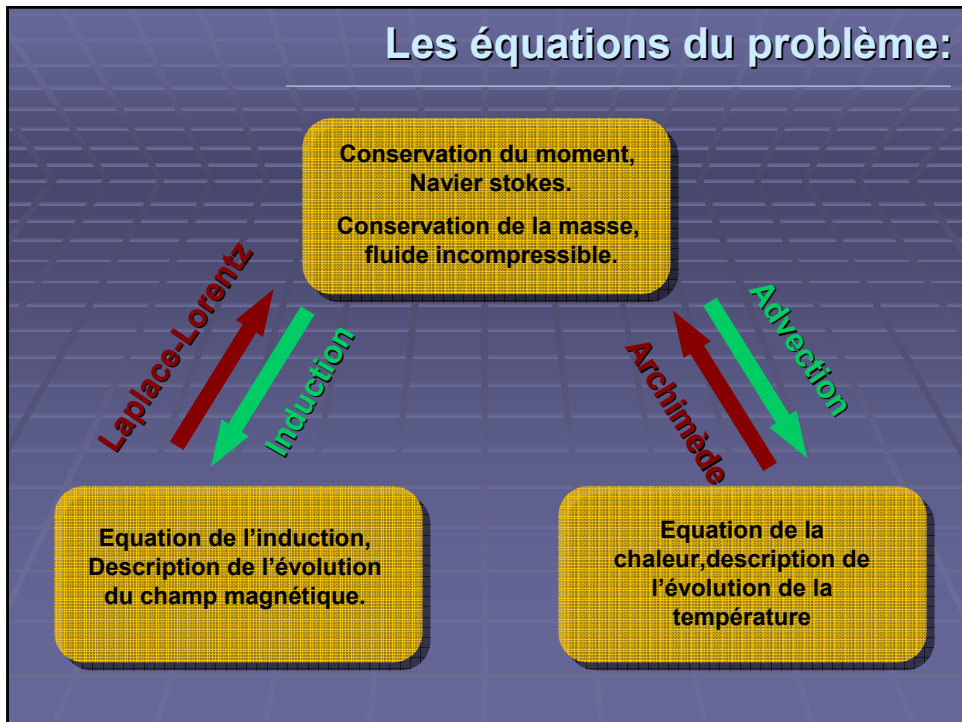


Etudes théoriques

Etudes numériques

Etudes expérimentales

Les équations du problème:



Navier Stokes:

$$\rho \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \rho(\bar{u} \cdot \nabla \bar{u}) + \underbrace{2\rho\bar{\omega} \times \bar{u}}_{\text{Coriolis}} = -\bar{\nabla}p + \Delta\rho\bar{g} + \bar{j} \times \bar{B} + \mu\bar{\Delta}\bar{u}$$

Archimède, $\Delta\rho = -\alpha\rho_0\Delta T$
Couplage avec l'équation de la température

Forces de Laplace-Lorentz,
Couplage avec l'équation d'induction

Les nombres sans dimension du problème

$$R_o = \frac{\text{inertie}}{\text{Coriolis}} = \frac{U}{\omega R}$$

Terre
 10^{-6} à 10^{-5}

$$\Lambda = \frac{\text{Laplace}}{\text{Coriolis}} = \frac{\sigma B^2}{\rho \omega}$$

0.1 à 10

$$E = \frac{\text{Viscosité}}{\text{Coriolis}} = \frac{\nu}{\omega R^2}$$

10^{-16} à 10^{-12}

$$B = \frac{\text{Archimède}}{\text{Coriolis}} = \frac{\alpha g \Delta T}{\omega U}$$

10^{-2}

L'équilibre géostrophique:

$$\rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \rho(\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} + 2\rho \vec{\omega} \times \vec{u} = -\nabla p + \Delta \rho \vec{g} + \vec{j} \times \vec{B} + \mu \Delta \vec{u}$$

Démontrez que cela implique:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial z} = \mathbf{0}$$

L'équilibre géostrophique:

$$\rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \rho(\vec{u} \cdot \nabla \vec{u}) + 2\rho \vec{\omega} \times \vec{u} = -\nabla p + \Delta \rho \vec{g} + \vec{j} \times \vec{B} + \mu \Delta \vec{u}$$

**Dans le noyau Terrestre
l'écoulement tend à être
bidimensionnel. Les structures
s'allongent parallèlement à l'axe de
rotation.**

Les équations de MAXWELL gouvernant le
champ magnétique:

$$\text{div} \vec{B} = 0$$

$$\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\text{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Dans un conducteur en mouvement:

$$\vec{J} = \sigma(\vec{E} + \vec{U} \wedge \vec{B})$$

L'équation d'induction (1)

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \text{ Ampère}$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \text{ Faraday}$$

$$\vec{E}' = \vec{E} + \vec{u} \times \vec{B} \text{ Conducteur en mouvement}$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}' = \sigma (\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B})$$

$$\text{div} \vec{B} = 0$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{J} = \frac{1}{\mu_0} \overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B}) = \frac{1}{\mu_0} (\overrightarrow{\text{grad}}(\text{div} \vec{B}) - \Delta \vec{B})$$

$$\sigma (\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} + \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{u} \times \vec{B})) = \sigma \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{u} \times \vec{B}) \right)$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{J} = \frac{1}{\mu_0} \overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B}) = \frac{1}{\mu_0} (\overrightarrow{\text{grad}} \text{div} \vec{B} - \Delta \vec{B})$$

$$\sigma (\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} + \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{u} \times \vec{B})) = \sigma \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{u} \times \vec{B}) \right)$$

$$\rightarrow \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{u} \times \vec{B}) + \lambda \Delta \vec{B}$$

où $\lambda = \frac{1}{\mu_0 \sigma}$ diffusivité magnétique, σ conductivité électrique du milieu considéré.

L'équation d'induction (2): adimensionnement

Soit une échelle de longueur $[L_0]$,

une échelle de vitesse $[U_0]$,

une échelle de champ magnétique $[B_0]$ et une

échelle de temps qui découle de l'échelle de

longueur et de vitesse $[t_0]=[L_0]/[U_0]$.

Tous les nombres entre crochets sont dimensionnés:

$$L = L_0 L^* \quad t = [L_0]/[U_0] t^* \quad B = B_0 B^*$$

L'équation d'induction devient:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \text{rot}(\vec{u} \times \vec{B}) + \lambda \Delta \vec{B}$$
$$\frac{B_0}{L_0/U_0} \frac{\partial B^*}{\partial t^*} = \frac{U_0 B_0}{L_0} \text{rot}(\vec{u}^* \times \vec{B}^*) + \lambda \frac{1}{[L_0]^2} B_0 \Delta B^*$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \vec{B}^*}{\partial t^*} &= \text{rot}(\vec{u}^* \times \vec{B}^*) + \frac{\lambda}{U_0 L_0} \Delta B^* \\ &= \text{rot}(\vec{u}^* \times \vec{B}^*) + \frac{1}{\text{Re}_m} \Delta B^*\end{aligned}$$

$$\text{Re}_m = \mu_0 \sigma U L = \frac{U L}{\lambda}$$

Nombre de reynolds Magnétique

Ce nombre caractérise par le triplet (U, L, λ) la physique du système et plus précisément l'auto-induction régit par l'équation d'induction.

Induction magnétique:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \underbrace{\vec{\nabla} \times (\vec{u} \times \vec{B})}_{\text{Moteur}} + \underbrace{\lambda \Delta \vec{B}}_{\text{Diffusion}}$$

\vec{B} = Vecteur champ magnétique (T).

\vec{u} = Vecteur vitesse (m/s).

$\lambda = \frac{1}{\mu_0 \sigma}$ Diffusion magnétique (m²/s)

Les nombres sans dimension du problème

Reynolds magnétique:

$$\text{Re}_m = \frac{\text{induction}}{\text{Diffusion}} = \frac{UR}{\lambda} = \mu_o \sigma UD$$

Température:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \underbrace{\vec{u} \cdot \vec{\nabla} T}_{\text{Advection}} = \underbrace{\phi_V}_{\text{Chauffage en volume}} + \kappa \Delta T$$

Les Equations du problème:

$$\rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \rho(\vec{u} \cdot \nabla \vec{u}) + 2\rho\vec{\omega} \times \vec{u} = -\nabla p + \Delta \rho \vec{g} + \vec{j} \times \vec{B} + \mu \Delta \vec{u}$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\vec{u} \times \vec{B}) + \lambda \Delta \vec{B} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} T = \phi_v + \kappa \Delta T \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0$$

Conditions aux limites sur:
Température
Champ magnétique
Champ de vitesse

Les études numériques:

Qu'est ce qu'une simulation numérique:

Un code numérique permettant de résoudre les équations de la dynamique dans un certain régime de paramètres avec certaines conditions aux limites.

Par nature, ce type d'approches permettent de contrôler toute la physique du problème.

- Choix des forces dominantes.
- Choix des conditions aux limites (couplage avec le milieu extérieur)
- Contrôle de la thermodynamique du fluide.

Les études numériques:

Les limitations des calculs numériques:

Impossible d'atteindre les régimes de paramètres du noyau terrestre. Les échelles de temps et d'espace sont beaucoup trop étendues.

Couches limites (10^{-2} à 10^2 m) $< L <$ modes globaux (10^6 m)

Diurnes (rotation sidérale) $< t <$ temps géologiques (inversions)

Les études numériques:

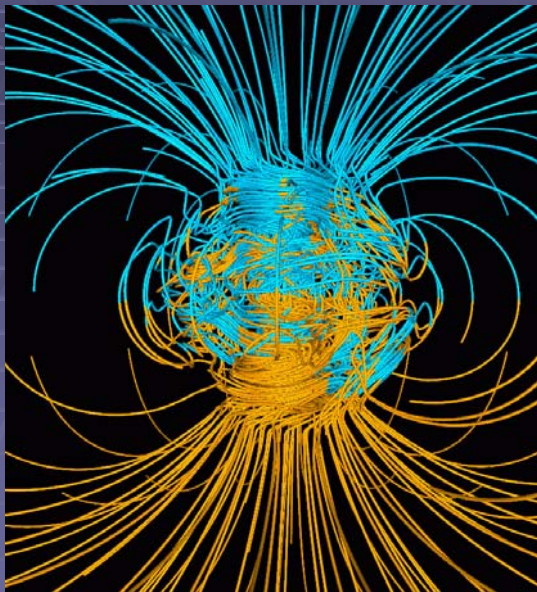
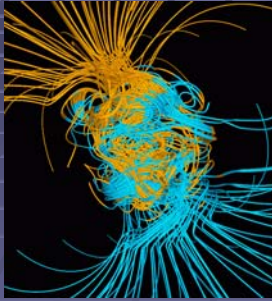


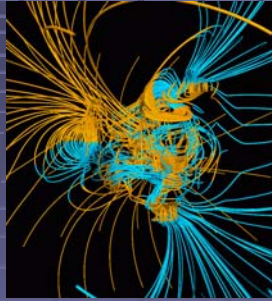
Fig.2 A snapshot of the 3D magnetic field structure simulated with the Glatzmaier-Roberts geodynamo model. Magnetic field lines are blue where the field is directed inward and yellow where directed outward. The rotation axis of the model Earth is vertical and through the center. A transition occurs at the core-mantle boundary from the intense, complicated field structure in the fluid core, where the field is generated, to the smooth, potential field structure outside the core. The field lines are drawn out to two Earth radii. Magnetic field is rapped around the "tangent cylinder" due to the shear of the zonal fluid flow (Fig. 1). (click on image to download, 0.15 Mb)

G. Glatzmaier and P. Roberts

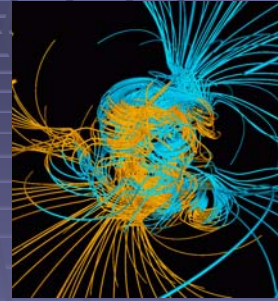
Les études numériques:



t-500 years



t



t+500 years

After the first magnetic reversal, we continued our simulation on two different branches: one by continuing to prescribe a uniform heat flux out of the core at the core-mantle boundary and the other by prescribing a heterogeneous heat flux there that is similar to the Earth's present pattern. The former has not reversed again; the latter underwent two more reversals, roughly 100,000 years apart. This demonstrates the influence the thermal structure in the lower mantle has on the style of convection and magnetic field generation in the fluid core below.

G. Glatzmaier
and P. Roberts

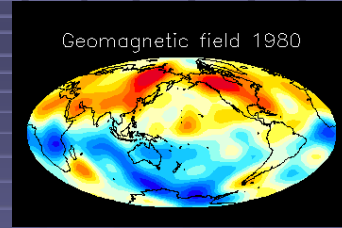
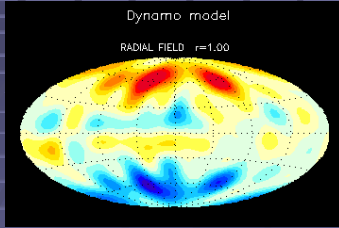
Les études numériques:

Glatzmaier and Roberts:

- Fluide très visqueux.
- Hyperdiffusivité pour stabiliser les calculs.

- Champ dipolaire
- Inversions

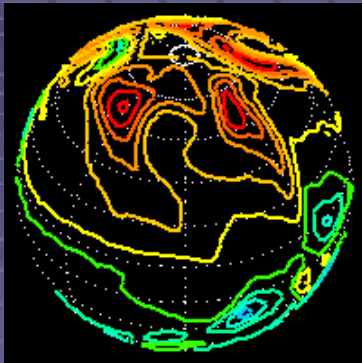
Les études numériques:



In the figure, the radial component of the magnetic field on the outer boundary of a dynamo model is compared with the geomagnetic field at the Earth's core-mantle boundary. Inward pointing flux is contoured in red and outward flux in blue. Parameters of this model run are: Rayleigh number 5.4 times critical, Ekman number 10^{-3} , Prandtl number 1, and magnetic Prandtl number 4. The model field is low-pass filtered to the resolution of the Earth's field.

Christensen et al.

Les études numériques:



A numerical model of the geodynamo showing the calculated structure of the magnetic field on the core-mantle boundary. Red contours indicate magnetic flux directed radially inwards; blue contours indicate magnetic flux directed outwards. The dynamo is driven by thermal convection in the electrically conducting fluid outer core. Note the bundles of intense magnetic flux at high latitudes (the source of Earth's magnetic dipole), pairs of reversed flux patches at low latitudes, low flux above the north pole and the overall westward drift of the field.

Christensen et al.

Les études expérimentales:

- De même que pour les calculs numériques, les paramètres du noyau terrestre sont inaccessibles.
- Nous sommes limités par la technologie (vitesse de rotation, taille de expérience, conductivité des métaux liquides...)
- Dans les expériences nous ne pouvons plus contrôler toute la physique, CL, forces...
- **Par contre, nous avons un système réaliste (pas d'hyperdiffusivité...)**
- **Nous avons accès à des régimes inaccessible numériquement (turbulence développée).**
- **L'idéal pour comprendre et valider toutes ces approches, serait de trouver une gamme de paramètres communs.**

Les études expérimentales:

La principale limitation des expériences de dynamo vient de la difficulté que nous avons à produire un écoulement suffisamment vigoureux pour générer un effet dynamo.

En particulier, il est impensable d'envisager une dynamo produite par des mouvements de convections, nous utilisons alors des forçages mécaniques plus efficaces.

Il n'existe aujourd'hui que deux expériences de dynamo homogènes qui ont fonctionnées:

Riga et Karlsruhe

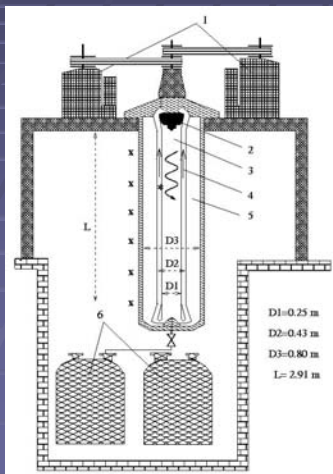
Les études expérimentales:

Dynamo cinématiques: Le champ de vitesse est imposé mécaniquement et faiblement perturbé par la présence du champ magnétique. On est donc dans des conditions très différentes du noyau terrestre où les forces de Lorentz sont supposées jouer un rôle important.

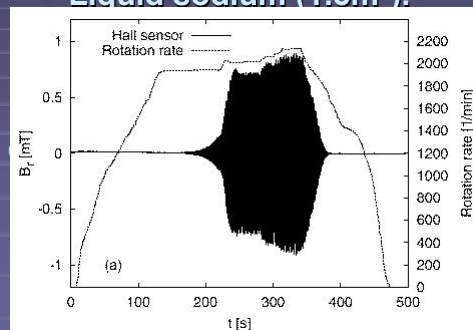
Les modèles théoriques de champ de vitesse ayant inspirés les dynamos de Riga et Karlsruhe sont ceux de Roberts (1972) et Ponomarenko (1973). Il aura fallu attendre 30 ans pour voir les premières réalisations expérimentales de ces études.

Les études expérimentales:

RIGA (Léttonie)



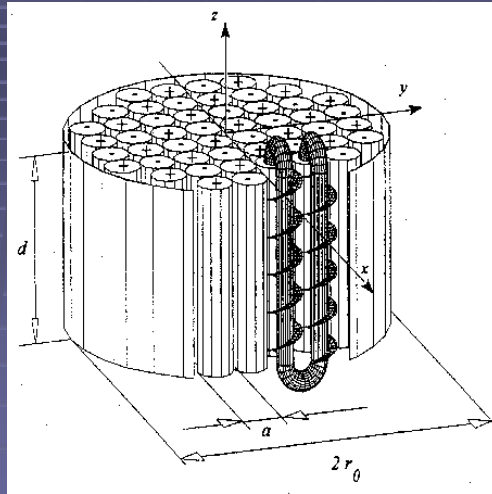
Liquid sodium (1.5m³).



Saturation du champ induit.

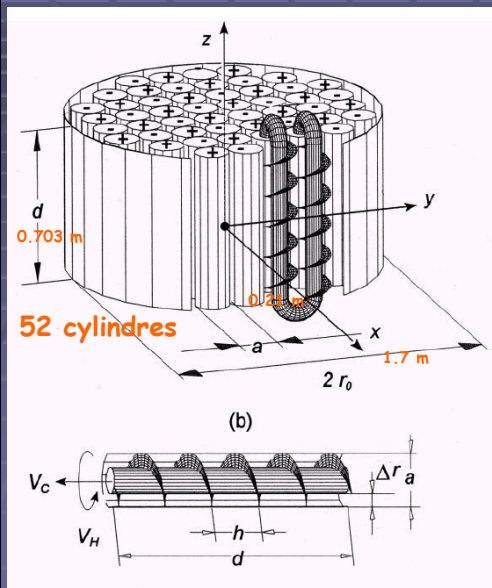
Les études expérimentales:

Karlsruhe (Allemagne)



3 m³ de Na, 500 kW (TGV = 1000 kW)

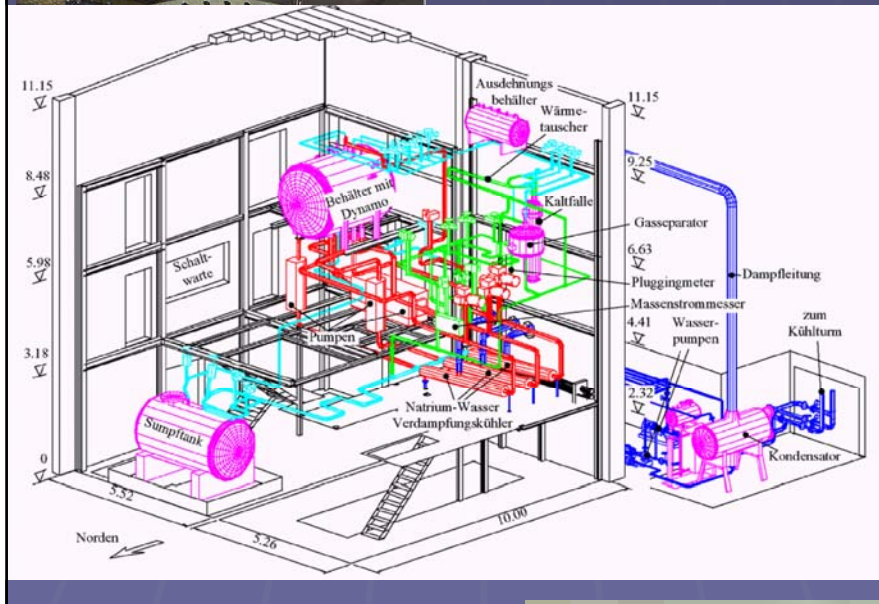
La dynamo de Karlsruhe.



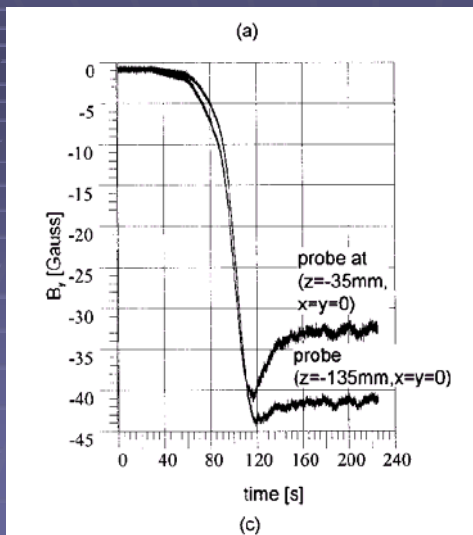
Dynamo de type *S.O. Roberts*.

(1600 litres Sodium, 630 kW)

La dynamo de Karlsruhe.



La dynamo de Karlsruhe.



(Müller and Stieglitz, 2000)

(Stieglitz and Müller, 2001)

Les études expérimentales:

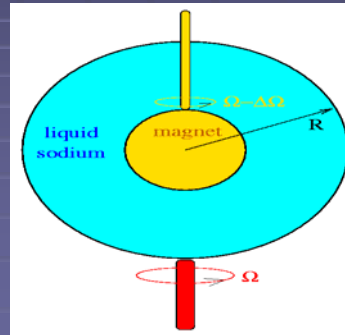
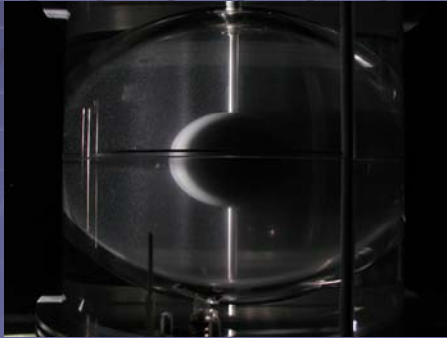
LGIT Grenoble

Sodium liquide

Ec par **rotation différentielle**

entre une graine et la
coquille externe.

Champ produit par un
aimant permanent.



Une dynamo
planétaire ?

$a = 1 \text{ m.}$
 $\Omega = 450 \text{ tr/min.}$
 $\Delta\Omega = 150 \text{ tr/min.}$
 $P = 600 \text{ kW.}$

Dynamo ?
($Re_m = 100$)
 $B = 0.3 \text{ T}$



Les études expérimentales:

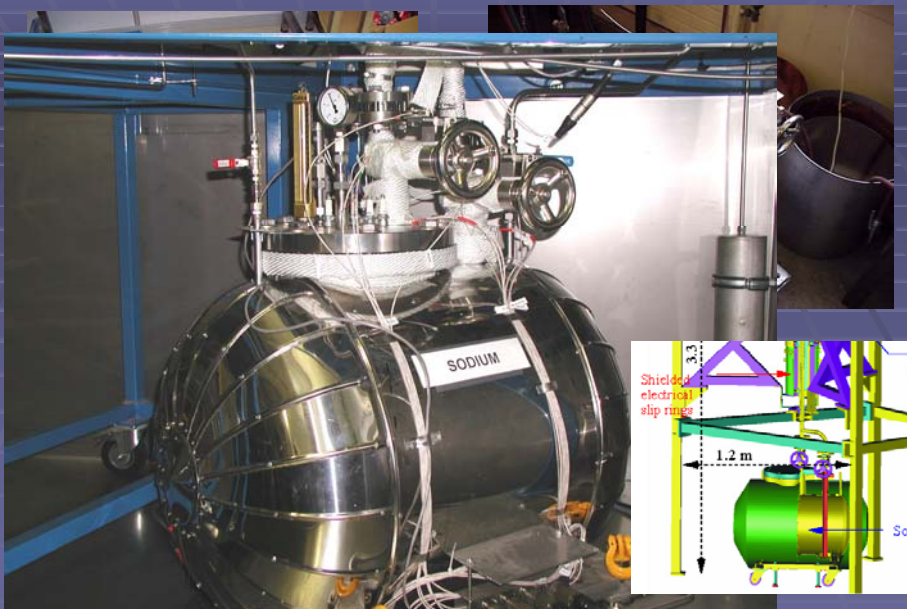
LGIT Grenoble

Expérience trop petite pour un effet dynamo.

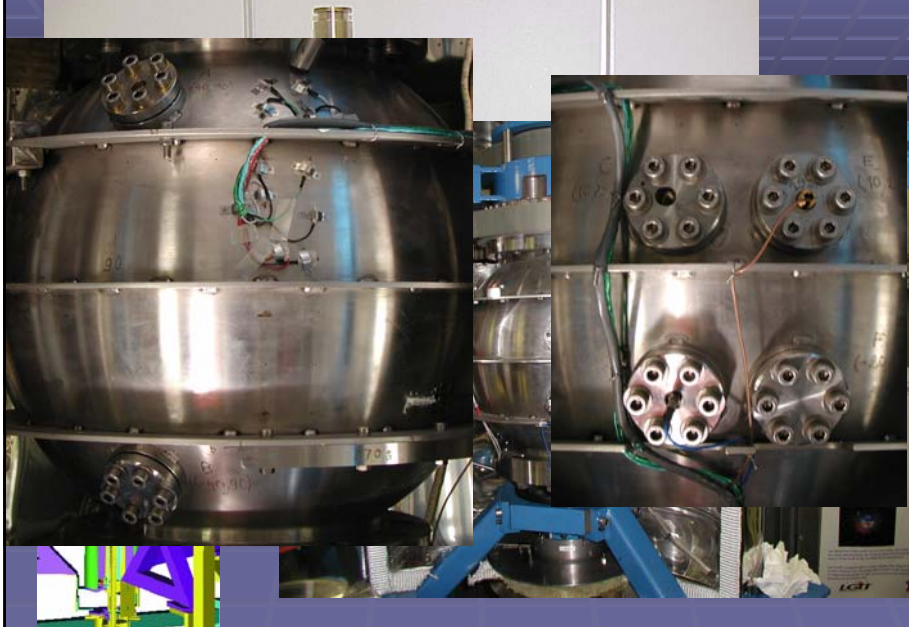
Régime magnétostrophiques:
Coriolis+Lorentz



Le réservoir du stockage



La sphère externe et le collecteur électrique



La sphère interne (graine)



