

Licence 3 Sciences de la Terre, de l'Univers et de l'Environnement- 2003/2004

Module L2 : Outils Physiques et Chimiques - Champs et Chaleur

Examen Partiel (1 heure) - Jeudi 23 Octobre 2003 - 8h30 à 9h30 heures.

Calculatrice non autorisée. Le formulaire mathématique recto-verso distribué en cours est le seul document autorisé durant l'examen.

Exercice 1 - Question de cours.

Soit le champ vectoriel suivant en coordonnées cylindriques :

$$\vec{A} = 2 \rho \vec{e}_\theta.$$

a) Dessiner quelques lignes de champ de \vec{A} sur un plan horizontal $(O, \vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta)$ à $z = 0$.

b) Est-ce que le le champ \vec{A} est à divergence nulle d'après a)? Démontrez votre point en calculant $div \vec{A}$. Est-ce que le champ \vec{A} peut-être d'origine électrostatique?

c) Calculer $\text{rot } \vec{A}$.

d) Dans cette question nous allons vérifier le théorème de Stokes :

$$\oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l} = \int \int_S \text{rot } \vec{A} \cdot d\vec{S}$$

où S est une surface reposant sur le contour fermé C.

Prenons comme contour C un cercle de rayon R. Calculez la circulation de \vec{A} sur C.

Calculer le flux de $\text{rot } \vec{A}$ à travers un disque de rayon R reposant sur le contour C, ainsi que le flux de $\text{rot } \vec{A}$ à travers une autre surface S que vous selectionnerez dans le cadre du théorème de Stokes. Le théorème de Stokes est-il vérifié pour vos 2 calculs?

Exercice 2 - Question de cours.

a) On a vu à travers le cours 3 méthodes distinctes pour calculer le champ électrostatique ou le champ de gravité. Rappeler brièvement ces méthodes dans le cas du champ de gravité, en définissant proprement vos notations. Quelles sont les unités du champ de gravité?

b) Utiliser le théorème de Gauss pour calculer rapidement le champ de gravité de la Terre à l'extérieur et à l'intérieur de la Terre de rayon R_T , en supposant que la Terre possède une répartition de masse volumique ρ uniforme. Quelle est dans ce cas l'allure des isopotentielles?

c) Tracer qualitativement les lignes du champ de gravité et les lignes isopotentielles au dessus de la surface terrestre, dans le cas où une grosse anomalie de masse positive (excès de masse par rapport à la densité volumique ρ) est enfouie quelque mètres sous terre. Justifier votre réponse.

Exercice 3 - Distribution hémisphérique de densité de charge surfacique.

On se donne une distribution de charge surfacique σ sur un hemisphere de rayon R et de surface S tel représenté sur la figure 1. On veut calculer le champ électrostatique \vec{E} au point O.

a) Quel système de coordonnées choisissez vous pour traiter ce problème (en particulier pour les charges sur la surface S)?

b) Quelle sera la direction du champ \vec{E} au point O, et plus généralement sur tout l'axe (Oz)? Pourquoi?

c) Calculez par la méthode directe le champ \vec{E} au point O? Est ce que le résultat est bien homogène à un champ électrostatique (en termes d'unités)?

d) Généralisez votre calcul à un point M de l'axe Oz (voir figure 1 tel que la distance z du point M au point 0 soit positive. Pour finir, placez vous dans le cas où $z \gg R$. Retrouvez-vous un résultat attendu?

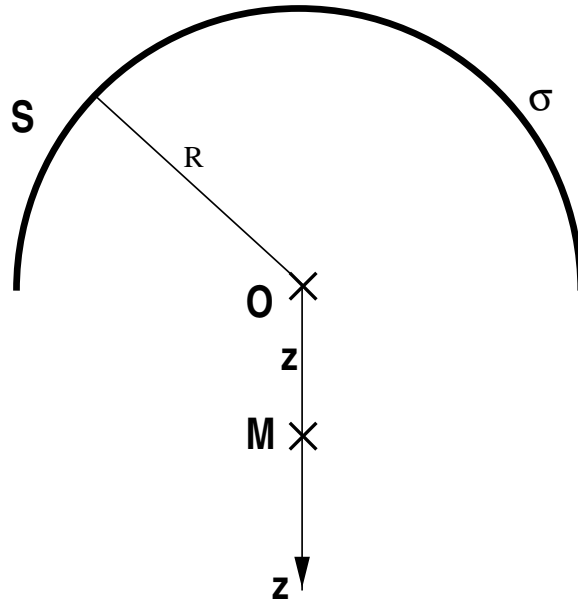


FIG. 1 – Schéma de la distribution surfacique de charge σ sur la surface hémisphérique S .