

**Licence de Sciences de la Terre et de l'Univers - Année universitaire 2000/2001**  
**Module L2 : Outils Physiques et Chimiques - Champs et Chaleur**

Examen Partiel (1 heure) - 20 Novembre 2000

*Calculatrice non autorisée. Le formulaire mathématique recto-verso distribué en cours est le seul document autorisé durant l'examen.*

**Exercice 1 - Question de cours.**

Soit une sphère de rayon  $R$  et de masse volumique  $\rho$  constante : on considère par conséquent que c'est une sphère avec une distribution de masse homogène.

a) Quelles sont les unités de  $\rho$  ?

b) Donner **deux méthodes** différentes pour calculer le champ de gravité  $\vec{g}$  à l'extérieur et à l'intérieur de la sphère (il ne vous est ni demandé de calculer explicitement le champ de gravité, ni de décrire la géométrie de ce champ ; on vous demande seulement la formulation générale qui conduit à  $\vec{g}$  après développements).

c) Quelle est la relation entre le champ de gravité  $\vec{g}$  et le potentiel de gravité  $U$  ? Quelle est l'allure des isopotentielle de gravité à l'extérieur et à l'intérieur de la sphère ?

d) On suppose maintenant que la sphère de rayon  $R$  est la Terre. Soulevons un objet de masse  $m$  du sol ( $h = 0$ ) vers une hauteur  $h$  positive : la variation d'énergie potentielle de l'objet est-elle positive ou négative ? (Il ne vous est pas demandé de faire le calcul explicitement mais simplement de justifier votre réponse).

**Exercice 2 - Question de cours.**

On considère 5 charges ponctuelles : 2 charges électriques de charge  $+e$ , 2 charges  $-e$ , 1 charge  $+4e$ . Selon comment on dispose ces différentes charges dans l'espace, on a une multitude de champ électrostatique possibles générés par ces dernières. Sur les **4 figures suivantes**, on a représenté les lignes de champ électrostatique créées soit par **une** de ces 5 charges **prise isolément** soit par une **paire de charges** (on considère sur ces figures que toutes les autres charges non représentées sont placées infiniment loin).

Donnez la définition d'une ligne de champ et en déduire pourquoi les lignes ne se croisent jamais dans l'espace (sauf sur la charge elle-même).

Donnez pour chaque figure la charge ou la combinaison de charges qu'il faut prendre pour générer de telles lignes de champ électrostatique. (Attention, pour certaines figures plusieurs solutions sont possibles, **on ne vous en demande qu'une**).

### Exercice 3 - Champs et Potentiel créés par un plan infini

Considérons un repère  $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ .

Soit  $(P) = (xOy)$  un plan infini chargé avec une densité surfacique de charge  $(\sigma)$ .  $\vec{z}$  est par construction suivant la direction perpendiculaire au plan chargé.

1) Soit  $M(x, y, z)$  avec  $x$  et  $y$  quelconques et  $z$  quelconque différent de 0. Quelle est en  $M$  la direction de  $\vec{E}$ ? (Utiliser les symmétries du problème)

2) a) A priori  $\vec{E}$ , écrit sous sa forme générale, devrait dépendre des 3 variables de notre système de coordonnées  $x, y$  et  $z$ .  $\vec{E}$  dépend-il vraiment de toutes ces variables, et sinon, de quelles variables dépend-il?

b) Que peut-on dire de la valeur de  $E$  en  $P'(x, y, -z)$  par rapport à la valeur de  $E$  en  $P(x, y, z)$ ?

3) **Il n'est pas nécessaire d'avoir traité les questions 3 a) et 3 b) pour faire la suite de l'exercice.**

Dans la suite on va utiliser le **théorème de Gauss** pour déterminer le champ électrostatique  $\vec{E}$ .

a) Justifiez pourquoi le théorème de Gauss semble être a priori utile dans le cas présent pour déterminer le champ  $\vec{E}$ .

b) Expliquez à quel problème on risque de se heurter si l'on cherche à calculer le champ  $\vec{E}$  à l'aide de la méthode intégrale.

4) On considère un cylindre dont les génératrices sont suivant  $\vec{z}$  et dont les disques qui le limitent ont pour rayon  $R$ . Les disques sont parallèles au plan et sont situés respectivement en  $+z$  et en  $-z$ . On appelle  $S_1$  et  $S_2$  les deux disques et  $S_3$  la surface latérale du cylindre. Ces surfaces sont représentées sur la figure 2.

a) Calculez le flux de  $\vec{E}$  à travers les surfaces  $S_1, S_2$  et  $S_3$ .

b) Soit  $S = S_1 + S_2 + S_3$ . Appliquez le théorème de Gauss à  $S$ . En déduire  $\vec{E}$ .

5) A partir de  $\vec{E}$ , calculez le potentiel  $V$  sachant que  $V(0) = 0$ .

6) Tracer  $E$  et  $V$  en fonction de  $z$ .

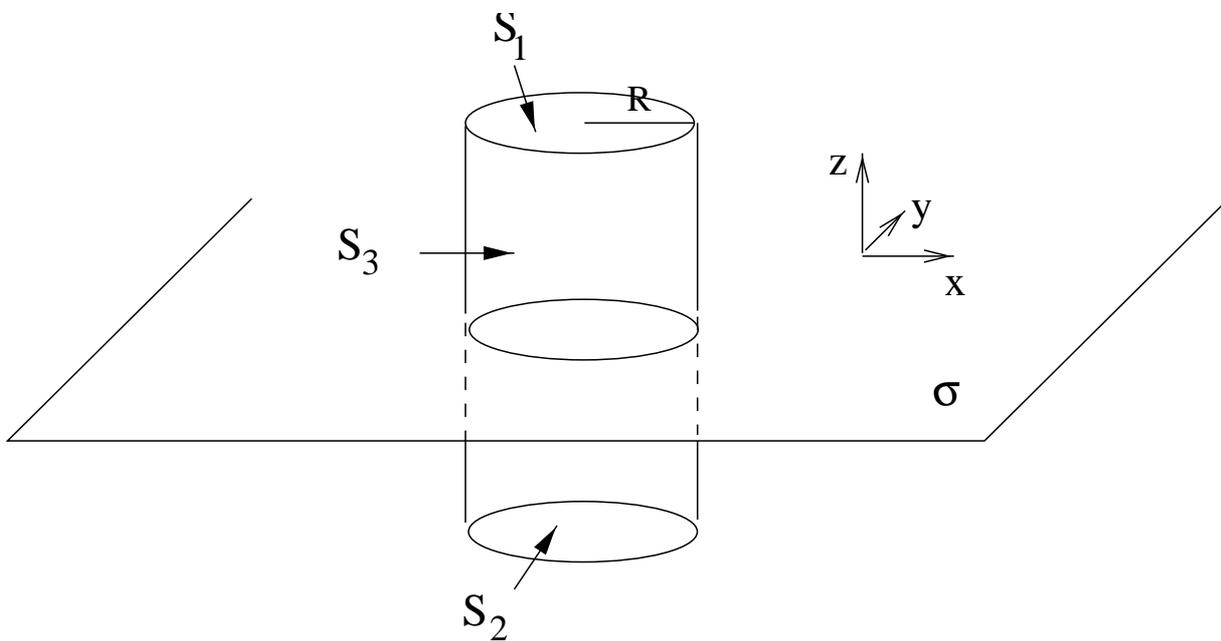


FIG. 1 – Surface de Gauss cylindrique adaptée au calcul de  $\vec{E}$