Licence 3 des Sciences de la Terre, de l'Univers et de l'Environnement, Université Joseph-Fourier

U.E. TUE 302, Outil Physique et Géophysique, 2005/2006

Examen

Lundi 19 Décembre 2005 – *Durée :* 2 heures

Calculatrice non autorisée. Le formulaire mathématique recto-verso distribué en cours est le seul document autorisé durant l'épreuve.

Exercice 1 – Champ de gravité

Soit une distribution de masse au sein d'un volume $\mathcal{V}$ de densité uniforme ρ. On a vu à travers le cours trois méthodes distinctes pour calculer le champ de gravité $\overrightarrow{g}$ dû à $\mathcal{V}$ en un point M quelconque situé à l'extérieur de $\mathcal{V}$.

Rappeler ces trois méthodes en définissant les notations ainsi que les unités physiques des grandeurs utilisées.

Quelle méthode choisiriez-vous pour calculer le champ de gravité à l'extérieur d'une planète, cette dernière étant considérée parfaitement sphérique avec une densité de masse uniforme en volume ? Justifier votre réponse ? (On ne vous demande pas de calculer ce champ).

Exercice 2 – Champ électrostatique

Un fil métallique rectiligne de longueur infinie porte une charge électrostatique Q positive et uniformément répartie (densité linéïque de charge λ). Utiliser le théorème de Gauss pour déterminer le champ électrostatique en un point situé à une distance r de ce fil. Il est vous est demandé d'expliciter au mieux vos calculs en précisant notamment le système de coordonnées choisi ainsi que les symétries utilisées.

Exercice 3 – Champ de température

a) On suppose connu le gradient de température le long des premiers kilomètres de la croûte terrestre : $|\partial T/\partial z| \simeq 30$ °C km^{-1}. En supposant ce gradient constant de la croûte jusqu'au centre de la Terre, quelle serait la température approximative au centre de la Terre ? Cette modélisation avec un gradient de température constant vous semble-t-elle réaliste ?

b) On veut maintenant expliquer le flux de chaleur surfacique avec un modèle physique. On se propose de calculer le profil de température dans la lithosphère en supposant que le taux de production de chaleur interne par désintégration des éléments radioactifs A suit la distribution suivante en fonction de la profondeur z : $A(z) = A_0 \exp\left(-\frac{z}{d}\right)$ où d est par définition la longueur de décroissance de A avec la profondeur.

Afin de déterminer la distribution de température dans la lithosphère, on nous demande de résoudre l'équation suivante :

$$k\frac{d^2T}{dz^2} + A(z) = 0. \tag{1}$$

Quelles simplifications ont été faites pour écrire cette équation (par rapport à l'équation générale) ? Quelles sont les unités de A ? Donner la définition, la signification physique ainsi que les unités de k (on supposera k constant dans cet exercice).

c) Résoudre l'équation (1).

On utilisera pour la résolution de cette équation d'une part le flux de chaleur mesuré en surface que l'on peut calculer à partir du gradient de température donné en a), et d'autre part une température moyenne en surface égale à 20 °C. En déduire l'expression de la température en fonction de z, A_0, d, et k.

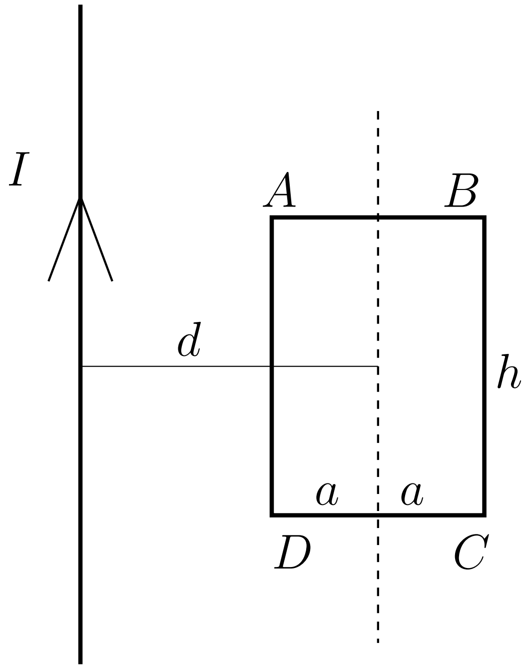
Calculer alors le flux de chaleur à une profondeur $z = 20$ km avec $A_0 = 4.8\ 10^{-6}$ S.I., d = 10 km, k = 2.5 S.I., $\exp(-2) \simeq 1/7$.

Le résultat obtenu est-il en accord avec votre réponse donnée à la question a) ?

Exercice 4 – Etude d'un cadre en présence d'un fil rectiligne

a) Déterminer, en s'aidant du théorème d'Ampère, l'expression du champ magnétique $\overrightarrow{B}$ créé par un fil rectiligne infini, d'axe (Oz), parcouru par un courant I. Faire un schéma en précisant la direction et le sens de $\overrightarrow{B}$ lorsque le courant circule dans le sens $(z'z)$.

b) On place ce fil dans le plan d'un cadre fixe, rectangulaire, indéformable, de dimensions h et $2a$. Le fil est parallèle aux côtés AD et BC du cadre et situé à une distance d du centre du cadre (voir figure 1). Le cadre est parcouru par un courant I de même intensité que le courant circulant dans le fil infini.



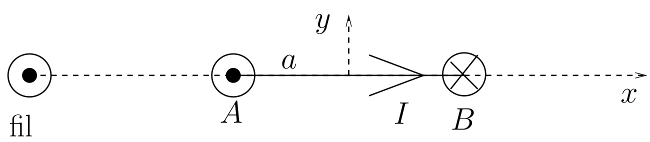


FIG. 2 – Configuration 1. Vue de dessus.

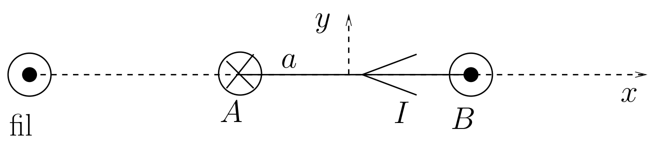


FIG. 3 – Configuration 2. Vue de dessus

FIG. 1 – Fil et cadre dans le même plan.

Calculer les forces de Laplace s'exerçant sur les côtés AD et BC du cadre, dues à la présence du fil infini, dans les configurations des figures 2 et 3.

Faire un schéma représentant le sens des forces s'appliquant sur les côtés AD et BC du cadre dans chaque configuration.

c) Calculer pour les deux configurations, le flux du champ magnétique $\left(\overrightarrow{B} \text{ généré par le fil}\right)$ à travers le cadre $ABCD$. Pour ce calcul on utilisera la définition du flux d'un vecteur $\overrightarrow{A}$ à travers une surface $\mathcal{S}$

$$\Phi = \oiint_{\mathcal{S}} \overrightarrow{A} \cdot \overrightarrow{dS}.$$

Le vecteur normal au cadre sera orienté en accord avec le sens du courant dans le cadre, c'est à dire $\overrightarrow{n} = \overrightarrow{e}_y$ dans la configuration 1 et $\overrightarrow{n} = -\overrightarrow{e}_y$ dans la configuration 2.

d) Règle du flux maximum : Tout conducteur délimitant une surface, parcouru par un courant et placé dans un champ magnétique tend à s'orienter de façon à ce que le flux au travers de la surface soit maximum (en valeur absolue et positif).

Comment pouvez-vous appliquer cette règle à notre exercice ?

En utilisant cette règle, que se passerait-il si le cadre pivotait légèrement par rapport au plan de la figure 1 autour de l'axe vertical en pointillé, en s'écartant légèrement de la configuration 1 ? en s'écartant légèrement de la configuration 2 ?

Ce résultat est-il compatible avec le calcul des forces effectué en b) ? Commenter.