

Examen (1 heure 45 minutes) - 16 Janvier 2001

Calculatrice non autorisée. Le formulaire mathématique recto-verso distribué en cours est le seul document autorisé durant l'examen.

Exercice 1 - Question de cours.

Soit un fil infiniment long parcouru par un courant I et un point M situé à une distance r du fil.

A l'aide d'arguments de symétrie et/ou d'anti-symétrie, déterminer la direction du champ magnétique induit au point M par la circulation du courant I .

Calculer l'expression analytique du champ magnétique induit par la circulation du courant au point M , $\vec{B}(M)$.

Il vous est demandé dans cette question de cours d'être extrêmement rigoureux : soyez précis dans vos notations, définissez toutes les grandeurs utilisées, donnez leur des unités, rappelez explicitement les règles ou lois utilisées.

Exercice 2

a) Soit le vecteur suivant

$$\vec{A}(x, y, z) = (2xy, -y^2 + z, \cos(x)).$$

Calculer la divergence de \vec{A} . A quel exemple de champ vu en cours pouvez-vous identifier \vec{A} ?

b) Soit le vecteur suivant

$$\vec{D}(x, y, z) = (2(x - y) \cos(z) + x, -2x \cos(z), (-x^2 + 2xy) \sin(z) + 3z^2).$$

Calculer le rotationnel de \vec{D} . En déduire un potentiel scalaire V dont dérive le champ \vec{D} . A quel exemple de champ vu en cours pouvez-vous identifier \vec{D} ?

Exercice 3

Soit $A(z)$ la densité de chaleur interne libérée par la radioactivité naturelle donnée en fonction de la profondeur z par

$$\begin{aligned} A(z) &= A_0(1 - z/z_m) \text{ pour } z < z_m \\ A(z) &= 0 \text{ pour } z > z_m \end{aligned}$$

On appelle k la conductivité thermique. Celle-ci est supposée constante. On appelle q_0 et T_0 le flux de chaleur et la température mesurés en surface. On se place en régime permanent.

1) Donner l'équation générale de la chaleur sous forme vectorielle. Rappeler les unités des grandeurs utilisées.

Ecrire ensuite l'équation de la chaleur pour les deux domaines de profondeur de notre problème ($0 < z < z_m$ et $z > z_m$).

2) Rappeler l'expression générale du flux de chaleur et écrire l'expression de ce flux en fonction de la profondeur dans les deux domaines en fonction de constantes non encore déterminées.

3) Ecrire l'expression de la température en fonction de z pour les deux domaines. Quel type de conditions utilise-t-on pour déterminer les constantes?

4) Calculer le flux de chaleur provenant du manteau pour les deux valeurs suivantes de z_m : 35 et 10 km. On prendra pour ce calcul $q_0 = 42 \text{ W/m}^2$, $A_0 = 4\mu\text{W/m}^3$, $k = 2,5 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$.

Exercice 4

Soit une spire de rayon a parcourue par un courant continu I . Soit M un point de son axe $z'z$. Voir la Figure 1.

Donner la direction et calculer les composantes du champ magnétique $\vec{B}(M)$. (On pourra exprimer \vec{B} en fonction de l'angle θ de la Figure 1).

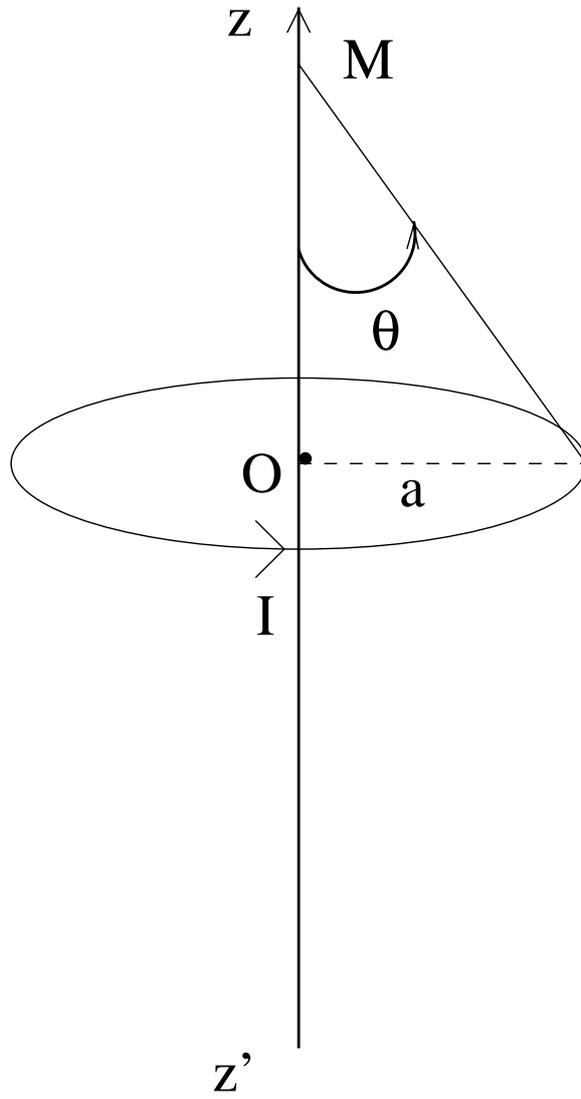


FIG. 1 – Spire de rayon a parcourue par un courant continu I . Exercice 4