Licence 3 des Sciences de la Terre, de l'Univers et de l'Environnement, Université Joseph-Fourier

U.E. TUE 302, Outil Physique et Géophysique, 2006/2007

TD ③ Champ Électrostatique et distributions de charges

Charges ponctuelles

Rappel de cours

Une charge électrique ponctuelle q crée un champ électrostatique dans tout l'espace. Au point M situé à une distance r de cette charge, le champ vaut $\overrightarrow{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{u}$ étant le vecteur unitaire pointant de q vers le point M. Le sens de $\overrightarrow{E}$ dépend donc du signe de q.

Soit une charge q' soumise à un champ $\overrightarrow{E}$. La charge ressent alors une force $\overrightarrow{F} = q'\overrightarrow{E}$. Le sens de la force dépend donc du signe de q' et du sens de $\overrightarrow{E}$.

Exercice 1 - Force électrostatique et force gravitationnelle

Calculer la force électrostatique entre 2 charges $q_A = q_B = 1$ C séparées de 1 m. La comparer à la force gravitationnelle s'exerçant entre 2 masses de 1 kg. Qu'en pensez-vous ?

Rappel :

$\overrightarrow{F}_{\text{gravitationnelle}} = \mathcal{G}\,\frac{m_A m_B}{r^2}\overrightarrow{u}_{AB}$ avec $\mathcal{G} = 6.7\ \ 10^{-11}$ N· m² / kg.

Principe de superposition

Rappel de cours

Soit une charge q placé en A et une charge q' placée en B distante de r.

La force électrostatique en B due à la présence de A s'écrit

$$\overrightarrow{F}_{A\to B} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq'}{r^2}\overrightarrow{u}_{A\to B}$$

où $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \simeq 9\ 10^9$ S.I. et $\overrightarrow{u}_{A\to B}$ est le vecteur unitaire pointant de A vers B.

Le principe de superposition dit que si l'on a plusieurs sources de champs (par exemple plusieurs charges) on peut calculer séparément les champs créés par chacune des sources et ensuite en faire la somme pour avoir le champ total créé en chaque point de l'espace. Le principe de superposition s'applique aussi pour les forces électrostatiques.

Exercice 2 – Principe de superposition.

Supposons que l'on ait 3 charges ponctuelles disposées de la façon suivante : La charge 1 μC est à l'origine O, la charge -2 μC est à + 4 centimètres sur l'axe (Ox) et la charge 3 μC est à +5 cm sur l'axe (Oy). Déterminer la force électrostatique $\overrightarrow{F}$ s'exerçant sur la charge 3 μC.

Densité volumique de charge

Rappel de cours

On appelle charge volumique $\rho(r)$ au point M situé à une distance r de l'origine la charge contenue dans le petit volume dV entourant M. On définit ainsi une charge par unité de volume : $\rho(M) = \frac{dQ}{dV}$ en C/m^3.

On utilise les notions de densité volumique (ci-dessus), surfacique $\sigma(M) = \frac{dQ}{dS}$ où dS est une petite surface (σ s'exprime en C/m^2), ou linéïque $\lambda(M) = \frac{dQ}{dl}$ où dl est un petit élément de longueur (λ s'exprime en C/m) lorsqu'on n'a plus des **répartitions discrètes de charges** (ensemble de charges ponctuelles) mais des **répartitions continues** (courbes, surfaces ou volumes chargés).

Exercice 3 - Densité de charge volumique

On considère une sphère chargée de centre 0 et de rayon R. La densité volumique de charge est donnée par $\rho(r) = \rho_0 \left(1 - a\frac{r^2}{R^2}\right)$ où ρ_0 et a sont des constantes.

a) Déterminer la charge dQ comprise entre 2 sphères de rayon r et $r + dr$ centrées en O, pour dr infiniment petit devant r. Donner la charge totale Q de la sphère.

b) Donner la charge volumique moyenne ρ_m de la sphère.

Lignes de champ

Rappel de cours

Les lignes de champs sont les lignes qui « suivent » les vecteurs champ, tangentes en tous points au vecteur champ.

Lorsque l'on veut tracer des lignes de champs de manière approchée il faut toujours commencer par regarder les « cas particuliers », c'est à dire les cas où l'on a une simplification du problème. Cela concerne souvent d'une part les points situés loin **(très loin)** de la répartition de charges et les points qui ont une situation géométrique particulière par rapport à la répartition de charges. La plupart du temps dans ces exercices il est primordial pour éviter du travail supplémentaire et pour simplifier la résolution, de bien prendre en compte les **symétries du problème**.

Exercice 4 - Tracé approché de lignes de champ

On précise que cet exercice ne demande aucun calcul.
Deux charges positives identiques q sont distantes de $2a$.

a) Quelle est la direction du champ $\overrightarrow{E}$ sur la droite qui joint ces deux charges ?

b) Quelle est la direction du champ $\overrightarrow{E}$ dans le plan médiateur ?

c) Quelle est l'expression approchée du champ $\overrightarrow{E}$ à grande distance des deux charges ? (On suppose que $r = ||\overrightarrow{OM}|| \gg a$ où O est le milieu du segment défini par les deux charges).

d) Effectuer un tracé approché des lignes de champ dans un plan contenant les deux charges.

Champ $\overrightarrow{E}$ créé par une distribution linéïque de charge

Rappel de cours

Lorsqu'on a une densité linéïque de charges électriques, le champ électrostatique en un point M s'écrit :

$$\overrightarrow{E}(M) = \int_L \frac{\lambda \, dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \overrightarrow{u}$$

Démarche dans les exercices

Un problème d'électrostatique doit toujours commencer par

a) Le choix du système de coordonnées.

b) L'étude des symétries du problème pour définir de quelles variables au maximum dépend le champ et quelle est sa direction. Là encore on évite pour la suite du travail supplémentaire et des risques d'erreurs.

Exercice 5 - Champ créé par un arc de cercle

L'arc de cercle CC' d'ouverture 2α et de rayon R dans le plan (O, x, y) porte une charge linéïque λ. Soit O le centre du cercle et M un point de l'axe (Oz) du cercle centré à l'origine des coordonnées, M dont la coordonnée verticale est Z. Calculez $\overrightarrow{E}(M)$ en fonction de α et $v = \frac{Z}{R}$. On posera $E_0 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R}$.

Champ $\overrightarrow{E}$ créé par une distribution surfacique de charge

Rappel de cours

Lorsqu'on a une densité surfacique de charges électriques, on a vu que le champ électrostatique en un point M s'écrit :

$$\overrightarrow{E}(M) = \iint_S \frac{\sigma \, dS}{4\pi\epsilon_0 r^2}\overrightarrow{u}$$

Démarche dans les exercices

En général, à la fin d'un exercice d'électrostatique on arrive à une formule donnant un champ, un potentiel... Le problème est que l'on ne sait pas toujours comment vérifier si notre résultat a des chances ou non d'être juste. Pour cela il faut :

a) Vérifier **l'homogénéité des formules**, c'est à dire vérifier que du point des dimensions la formule est juste.

b) Chercher toutes les situations extrêmes qui peuvent nous permettre de vérifier notre résultat. Entre autres, très souvent se placer loin **(très loin)** de la répartition de charges permet de se ramener au cas connu de la charge ponctuelle et par conséquent vérifier la validité du résultat obtenu.

Exercice 6 - Champ créé par un disque uniformément chargé

Soit un disque de rayon R portant la charge totale Q uniformément répartie à sa surface.

a) Calculer le champ électrostatique créé par ce disque en un point M de son axe (Ox) à la distance x $(x > 0)$ de son centre O.

b) Que devient ce champ loin du disque ?